



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

TREBALL FI DE GRAU

**Grau en Enginyeria Electrònica Industrial i Automàtica**

**DETECCIÓ DE PATRONS UTILITZANT TRACTAMENT  
DIGITAL D'IMATGES**



**Memòria i Annexes**

**Autor:** Joan Ignasi de Mena i Obiols

**Director:** Pablo Buenestado Caballero

**Co-Director:** Leonardo Acho Zuppa

**Convocatòria:** Juny 2018



## **Resum**

En el camp del reconeixement de caràcters es diferencien dos tipologies principals. La més estesa en aplicacions reals és el reconeixement òptic de caràcters escrits per una màquina (i per extensió, el de paraules) que es coneix com OCR (*Optical character recognition*). Es basa en un procés en què els elements a identificar tenen unes característiques morfològiques determinades i conegudes per l'aplicació que s'utilitza per fer el reconeixement. En aquesta tipologia s'inclouen aplicacions com la lectura de matrícules dels vehicles que accedeixen a un aparcament o la comprovació d'un carnet d'identitat en l'accés a un edifici.

Per altra banda, existeix el reconeixement intel·ligent de caràcters, conegut com ICR (*Intelligent character recognition*) que es diferencia de l'OCR per tenir com a objectiu el reconeixement de caràcters escrits a mà en qualsevol dels formats possibles. Aquesta tipologia d'identificació va acompanyada d'un procés d'aprenentatge i classificació de patrons conegut com a *Machine Learning* en què s'empren models estadístics per anar obtenint una millora contínua sense necessitat de modificar la programació utilitzada pel reconeixement.

És en aquest darrer terreny en què s'emmarca el present treball de fi de grau, per presentar un estudi de tècniques estadístiques de reconeixement de caràcters basat en la utilització de patrons. L'objectiu del treball es explicar el fonament d'aquestes tècniques i mostrar un exemple de com es poden dur al terreny pràctic mitjançant la utilització de l'eina informàtica *Matlab*. En concret, el treball s'ha centrat en la classificació de caràcters emprant el mètode *Fisher's linear discriminant analysis (FDA)* basat en els estudis de l'estadístic anglès Ronald Fischer (Londres 1890 – Adelaide 1962).

El treball descriu breument la base matemàtica en què es sustenta el mètode FDA i, finalment, proposa una rutina per identificar caràcters numèrics escrits a mà que obté uns resultats correctes en el 90% dels casos. Cal mencionar que existeixen altres tècniques estadístiques diferents a FDA que poden variar percentualment els resultats obtinguts com, per exemple, *Cross Validation* que pot millorar els resultats fins a un 6% addicional. Però en aquest treball hem estimat més interessant aprofundir en el mètode FDA.

La conclusió més interessant és que els resultats del reconeixement dels caràcters milloren substancialment quan més patrons tenim en la base de dades, la qual cosa suggereix que es podria assolir un alt percentatge d'encerts si el mateix sistema anés alimentant la base de patrons a mesura que s'anessin analitzant imatges. Per altra banda, com veurem en el cos de la memòria, la preparació de la imatge en quan a enquadrament, dimensions, nitidesa i traç del caràcter és fonamental per poder fer la comparativa de forma correcta. Seria doncs molt interessant que, de cara a una aplicació pràctica, en posterior treballs s'afegissin rutines complexes de tractament de la imatge que donessin un traç més tipogràfic i més nitidesa als caràcters escrits a mà.

## **Resumen**

En el campo del reconocimiento de caracteres se diferencian dos tipologías principales. La más extendida en aplicaciones reales es el reconocimiento óptico de caracteres escritos por una máquina (y por extensión, el de palabras) que se conoce como OCR (*Optical character recognition*). Se basa en un proceso en el que los elementos para identificar tienen unas características morfológicas determinadas y conocidas por la aplicación que se utiliza para hacer el reconocimiento. En esta tipología se incluyen aplicaciones como la lectura de matrículas de los vehículos que acceden a un aparcamiento o la comprobación de un carné de identidad en el acceso a un edificio.

Por otra parte, existe el reconocimiento inteligente de caracteres, conocido como ICR (*Intelligent character recognition*) que se diferencia del OCR por tener como objetivo el reconocimiento de caracteres escritos a mano en cualquiera de los formatos posibles. Esta tipología de identificación va acompañada de un proceso de aprendizaje y clasificación de patrones que es conocido como *Machine Learning* en el cual se emplean modelos estadísticos para ir obteniendo una mejora continua sin necesidad de modificar la programación utilizada para el reconocimiento.

Es en este último terreno en el que se enmarca el presente trabajo de fin de grado, para presentar un estudio de técnicas estadísticas de reconocimiento de caracteres basado en la utilización de patrones. El objetivo del trabajo es explicar el fundamento de estas técnicas y mostrar un ejemplo de cómo se pueden llevar al terreno práctico mediante la utilización de la herramienta informática *Matlab*. En concreto, el trabajo se ha centrado en la clasificación de caracteres utilizando el método *Fisher's lineal discriminant analysis* (FDA) basado en los estudios del estadístico inglés Ronald Fischer (Londres 1890 - Adelaida 1962).

El trabajo describe brevemente la base matemática en que se sustenta el método FDA y, finalmente, propone una rutina para identificar caracteres numéricos escritos a mano que obtiene unos resultados correctos en el 90% de los casos. Cabe mencionar que existen otras técnicas estadísticas diferentes a FDA que pueden variar porcentualmente los resultados obtenidos como, por ejemplo, *Cross Validation* que puede mejorar los resultados hasta un 6% adicional, pero en este trabajo hemos estimado más interesante profundizar en el método FDA.

La conclusión más interesante es que los resultados del reconocimiento de los caracteres mejoran sustancialmente cuantos más patrones tenemos en la base de datos, lo que sugiere que se podría alcanzar un alto porcentaje de aciertos si el mismo sistema fuera alimentando la base de patrones a medida que se fueran analizando imágenes. Por otra parte, como veremos en el cuerpo de la memoria, la preparación de la imagen en cuanto a encuadre, dimensión, nitidez y trazo del carácter que contiene es fundamental para poder hacer la comparativa de forma correcta. Sería pues muy interesante que, de cara a una aplicación práctica, en posteriores trabajos se añadieran rutinas complejas de tratamiento de la imagen que dieran un trazo más tipográfico y más nitidez a los caracteres escritos a mano.

## **Abstract**

In the field of character recognition, two main types are distinguished. The most widespread in real applications is the optical recognition of characters written by a machine (and by extension, of words) that is known as OCR (Optical character recognition). It is based on a process in which the elements to identify have certain morphological characteristics and are known by the application used to make the recognition. This typology includes applications such as the reading of license plates of vehicles that access a parking or the verification of an identity card at the entrance to a building.

On the other hand, there is intelligent recognition of characters, known as ICR (Intelligent character recognition) that differs from OCR by having as objective the recognition of handwritten characters, in any of the possible formats. This type of identification is accompanied by a process of learning and classification of patterns that is known as Machine Learning in which statistical models are used to obtain continuous improvement without having to modify the programming used for recognition.

It is in this last area in which the present End-of-Degree work is enclosed, to present a study of statistical techniques of character recognition based on the use of patterns. The objective of the work is to explain the basis of these techniques and show an example of how they can be carried to the practical field by using the *Matlab* computer tool. In particular, the work has focused on the classification of characters using the Fisher's linear discriminant analysis (FDA) method based on the studies of the English statistician Ronald Fischer (London 1890 - Adelaide 1962).

The work describes briefly the mathematical basis on which the FDA method is based and, finally, proposes a routine to identify numerical characters written by hand that obtain correct results in 90% of the cases. It is worth mentioning that there are other statistical techniques different to FDA that can vary percentage of the results obtained, such as Cross Validation that can improve the results up to an additional 6%, but we have considered more interesting to deepen the FDA method.

The most interesting conclusion is that the results of the recognition of the characters improve substantially the more patterns we have in the database, which suggests that a high percentage of successes could be reached if the same system were feeding the base of patterns as they were analysing images. On the other hand, as we will see in the body of this memory, the preparation of the image in terms of framing, dimension, sharpness and trace of the character that it contains is fundamental to be able to make the comparison in a correct way. It would be very interesting, therefore, for the practical application of subsequent works to add complex image processing routines that would give a more typographical stroke and more clearness to handwritten characters.

# Índex

|           |   |                                      |
|-----------|---|--------------------------------------|
| <b>1.</b> | <b>INTRODUCCIÓ</b>  | <b>1</b>                             |
| <b>2.</b> | <b>PART TEÒRICA</b>   | <b>2</b>                             |
| 2.1.      | Adquisició de la Base teòrica .....                               | 2                                    |
| 2.2.      | El Laplacà .....  | 2                                    |
| 2.3.      | El Diferenciador .....  | 3                                    |
| 2.4.      | Statistical Machine Learning .....                                | 4                                    |
| 2.5.      | Fisher's linear discriminant analysis .....                       | 5                                    |
| <b>3.</b> | <b>PART PRÀCTICA</b>  | <b>6</b>                             |
| 3.1.      | <i>Matlab</i> com a eina de tractament d'imatges .....            | 6                                    |
| 3.1.1.    | El programari <i>Matlab</i> .....                                 | 6                                    |
| 3.1.2.    | Tractament de dades .....   | 8                                    |
| 3.1.3.    | Operacions amb matrius .....                                      | 8                                    |
| 3.1.4.    | Variables simples .....   | 11                                   |
| 3.1.5.    | Operacions amb vectors .....                                      | 11                                   |
| 3.1.6.    | Operacions estadístiques .....                                    | 12                                   |
| 3.1.7.    | Instruccions de decisió i gestió de bucles .....                  | 13                                   |
| 3.1.8.    | Sentències <i>Matlab</i> pel tractament de la imatge .....        | 14                                   |
| 3.2.      | Assajos .....   | 16                                   |
| 3.2.1.    | Assajos amb imatges extretes de la base de test .....             | 16                                   |
| 3.2.2.    | Assajos amb imatges externes .....                                | 18                                   |
| 3.2.3.    | Explicació de l'script utilitzat pel reconeixement de dígit ..... | 24                                   |
| 3.2.4.    | Assaig amb imatges amb més d'un dígit .....                       | 27                                   |
| <b>4.</b> | <b>ANÀLISI DE L'IMPACTE AMBIENTAL</b>                             | <b>30</b>                            |
| <b>5.</b> | <b>PRESSUPOST I/O ANÀLISI ECONÒMICA</b>                           | <b>31</b>                            |
| <b>6.</b> | <b>CONCLUSIONS</b>  | <b>32</b>                            |
| <b>7.</b> | <b>BIBLIOGRAFIA</b>   | <b>33</b>                            |
| <b>8.</b> | <b>ANNEXOS</b>  | <b>¡ERROR! MARCADOR NO DEFINIDO.</b> |
|           | Annex 1 – Script Laplacà .....                                    | 35                                   |
|           | Annex 2 – Script Diferenciador .....                              | 36                                   |
|           | Annex 3 – Imatges patró dels dígit .....                          | 37                                   |
|           | Annex 4 – Imatges de prova dels dígit .....                       | 41                                   |
|           | Annex 5 – Script verificació 200 imatges .....                    | 43                                   |
|           | Annex 6 – Imatges no classificades .....                          | 45                                   |
|           | Annex 7 – Script d' identificació d'imatges .....                 | 46                                   |
|           | Annex 8 – Script de separació de dígit .....                      | 49                                   |

# 1. INTRODUCCIÓ

En el camp del reconeixement de caràcters es diferencien dos tipologies principals. La més estesa en aplicacions reals és el reconeixement òptic de caràcters escrits per una màquina (i per extensió, el de paraules) que es coneix com OCR (*Optical character recognition*). Es basa en un procés en què els elements a identificar tenen unes característiques morfològiques determinades i conegudes per l'aplicació que s'utilitza per fer el reconeixement. En aquesta tipologia s'inclouen aplicacions com la lectura de matrícules dels vehicles que accedeixen a un aparcament o la comprovació d'un carnet d'identitat en l'accés a un edifici.

Per altra banda, existeix el reconeixement intel·ligent de caràcters, conegut com ICR (*Intelligent character recognition*) que es diferencia de l'OCR per tenir com a objectiu el reconeixement de caràcters escrits a mà en qualsevol dels formats possibles. Aquesta tipologia d'identificació va acompanyada d'un procés d'aprenentatge i classificació de patrons conegut com a *Machine Learning* en què s'empren models estadístics per anar obtenint una millora contínua sense necessitat de modificar la programació utilitzada pel reconeixement.

És en aquest darrer terreny en què s'emmarca el present treball de fi de grau que presenta un estudi d'una tècnica matemàtica de reconeixement de dígit basat en la utilització de patrons.

La motivació per a fer un treball d'aquestes característiques és el repte que suposa l'aplicació de tècniques ICR i de funcions matemàtiques avançades per assolir una funcionalitat de reconeixement de text escrit a mà que, habitualment, s'associa al camp OCR, i es posa com a fita assolir un alt percentatge de reconeixements positius.

L'abast inicial del treball és el reconeixement individualitzat de dígit numèrics escrits a mà tot i que, finalment, s'ha ampliat amb la funcionalitat de separació de dígit que permet el reconeixement dígit que pertanyen a grups numèrics.

En quant a l'estructura del treball, aquest es divideix en una part teòrica i una part pràctica. Primer es descriuen tècniques matemàtiques per a la detecció de contorns i binarització d'imatges que són emprades en la part pràctica per a la manipulació de les imatges. A continuació s'explica la base matemàtica en què es sustenta el mètode de classificació emprat, *Fisher's linear discriminant analysis (FDA)*, basat en els estudis de l'estadístic anglès Ronald Fisher (Londres 1890 – Adelaide 1962). Entrant en el terreny més pràctic, s'estudien les capacitats bàsiques de gestió d'informació del programari Matlab, fent èmfasi en les que permeten la manipulació d'imatges. Finalment es proposa una rutina per identificar caràcters numèrics escrits a mà que obtingui uns resultats correctes en el 90% dels casos. Aquest resultat fa que els objectius del projecte es considerin assolits.

Cal mencionar que existeixen altres tècniques estadístiques diferents que poden variar percentualment els resultats obtinguts com, per exemple, *Cross Validation* que pot millorar els resultats fins a un 6%. Però en aquest treball s'ha estimat més interessant aprofundir en el mètode FDA.

## 2. Part teòrica

### 2.1. Adquisició de la Base teòrica

La primera activitat sorgida de la reunió d'inici del projecte va ser la lectura del document sobre processament digital d'imatges [1]. En aquest document s'exposen aplicacions de les derivades parcials en el processament d'imatges, de les que cal destacar el Laplacà i el Diferenciador.

### 2.2. El Laplacà

El Laplacà, una que es pot explicar com una derivada doble de la imatge (involucra segones derivades parcials), es pot utilitzar per a millorar la qualitat d'imatges una mica borroses, ressaltant les intensitats de la imatge en la part més discontinua i atenuant-les en les parts més contínues.

$$f(x_0, y_0) = f(x_0 + 1, y_0) + f(x_0 - 1, y_0) - 4f(x_0, y_0) + f(x_0, y_0 + 1) + f(x_0, y_0 - 1)$$

Equació 1. El Laplacà.

La representació gràfica de l'equació del Laplacà és la següent:

|                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|
|                   | $f(x_0, y_0 + 1)$ |                   |
| $f(x_0 - 1, y_0)$ | $f(x_0, y_0)$     | $f(x_0 + 1, y_0)$ |
|                   | $f(x_0, y_0 - 1)$ |                   |

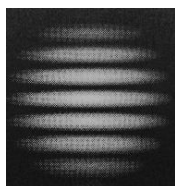
Imatge 1. Representació gràfica del Laplacà

Portant l'equació al terreny pràctic, el Laplacà es representa en forma d'un filtre espacial en què per cada píxel tractat es multiplica el seu valor per una constant determinada (-4 en l'exemple de la imatge 2) i se l'hi suma el valor de multiplicar una segona constant. Realitzant aquesta operació a tots els píxels de la imatge obtenim una imatge més nítida.

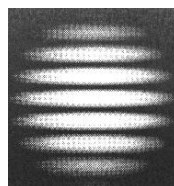
|   |    |   |
|---|----|---|
| 0 | 1  | 0 |
| 1 | -4 | 1 |
| 0 | 1  | 0 |

Imatge 2. Valors numèrics a aplicar en el Laplacà

Veiem un cas pràctic. Aplicant a la imatge 3 l'algoritme del Laplacà obtenim la imatge 4.



Imatge 3. Imatge original [1]



Imatge 4. Imatge filtrada

El script de *Matlab* utilitzat es troba en l'Annex 1 – Script Laplacà.



## 2.3. El Diferenciador

El Diferenciador és una eina que s'utilitza per a detectar contorns d'imatges mitjançant l'ús d'una aproximació de derivades que detecta canvis bruscos en la pendent.

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + \Delta) - f(x_0)}{\Delta}$$

Equació 2. El Diferenciador com una aproximació de derivada.

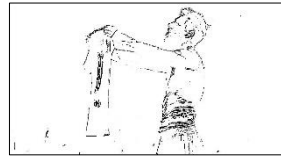
El Diferenciador s'aplica realitzant un recorregut en les dues diagonals de la imatge per restar a cada píxel el valor de l'anterior, i posteriorment s'aplica un llindar per crear la imatge binària en la qual es destaca el contorn.

A continuació es mostra un cas pràctic.

Aplicant a la imatge 4 l'algoritme de *Matlab* del Diferenciador obtenim la imatge 5.



Imatge 5. Imatge original [2]



Imatge 6. Imatge després d'aplicar el Diferenciador

El script de *Matlab* corresponent a la funció de diferenciador es troba en l'Annex 2 – Script Diferenciador.

La lectura i realització de les activitats proposades en el document han estat molt útils per iniciar el treball amb més coneixement de fonaments matemàtics relacionats amb el tractament d'imatges abans d'aprofundir en l'ús del programari *Matlab*.

## 2.4. Statistical Machine Learning

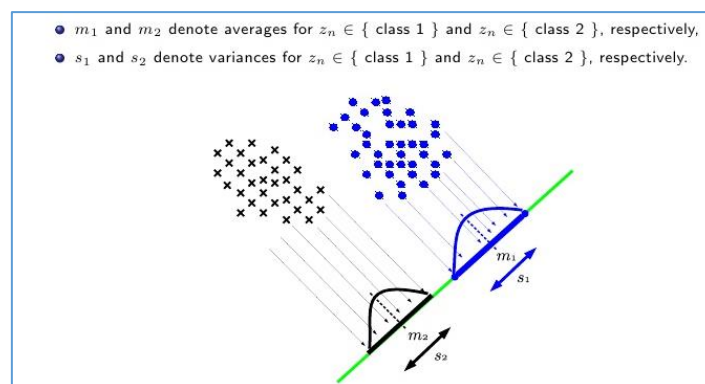
Després de realitzar la part teòrica bàsica es va procedir a analitzar el treball de Masashi Sugiyama<sup>1</sup> titulat *An Introduction to Statistical Machine Learning* [3], que descriu els tipus d'aprenentatge que pot realitzar una màquina, conceptes matemàtics relacionats amb la distribució de probabilitat (expectativa, mitjana, desviació estàndard, ...), diferències entre elements per probabilitat, estimació estadística i reconeixement de patrons per models estimatius.

Per el present treball ens vam centrar en les tipologies d'Aprenentatge de màquina que es classifiquen en tres categories:

- *Supervised Learning*: Aquest mètode es basa en què l'aprenent, la computadora, adquireix els coneixements del supervisor (l'usuari de la computadora) mitjançant preguntes que reben les corresponents respostes. Exemples d'àmbit d'aplicació són el reconeixement de text escrit o la predicció meteorològica. En aquest mètode parlarem de tres categories:
  - Regressió: si les respostes del supervisor són valors reals. Per exemple una mida.
  - Classificació: si la resposta és categòrica. Per exemple: Sí o no.
  - Rang: si la resposta és un valor ordinal del tipus bo, normal o dolent.
- *Unsupervised Learning*: És l'aprenentatge en què no hi ha supervisor i la màquina aprèn per si mateixa. Un exemple d'aplicació podria ser la detecció de dades atípiques en un bloc d'informació o la classificació d'informació.
- *Reinforcement Learning*: És similar al *Supervised Learning*, però amb la particularitat que el supervisor no contesta preguntes a la màquina, sinó que avalua el seu comportament i li dona informació perquè millori la seva resposta. S'aplica a alguns jocs d'ordinador i per a control de robots autònoms.

En l'àmbit del present treball aplica el concepte de *Supervised Learning* donat que l'objectiu que perseguim és utilitzar patrons validats per un supervisor per alimentar la base de dades en què farem la comparativa per a classificar els elements analitzats.

El capítol de l'estudi de Masashi Sugiyama més interessant per al present treball és el relatiu a *Fisher's linear discriminant analysis* utilitzat per al reconeixement de dígit escrit a mà. Aquest treball s'ha inspirat en aquest mètode per a realitzar l'script de reconeixement de dígit.



Imatge 7. Fisher's linear discriminant analysis [7]

<sup>1</sup> Doctor en Enginyeria del Tokyo Institute of Technology

## 2.5. Fisher's linear discriminant analysis

En aquest apartat es descriu el fonament matemàtic del mètode *Fisher's linear discriminant analysis* (des d'ara FDA) basat en els estudis del estadístic anglès Ronald Fischer (Londres 1890 – Adelaide 1962). FDA és la implementació que Fischer va fer de Linear Discriminant Analysis (LDA), una tècnica d'aprenentatge supervisat per a la classificació de dades.

El primer objectiu que busca FDA és aconseguir que la separabilitat entre les diferents classes dels elements matricials que volem classificar sigui la més gran possible, facilitant així la classificació. Es tracta, doncs, de projectar les dades de les matrius en un espai unidimensional. Cal primer obtenir una matriu de dispersió dins de cada categoria i una matriu de dispersió entre totes les categories. FDA proposa maximitzar el quocient entre les dues matrius per aconseguir una projecció que ens permeti discriminar més entre cada una de les classes. La segona part important del mètode consisteix en disposar de models de dades en un espai que anomenarem Patró, que tingui una dimensió menor o igual que les dades que voldrem contrastar contra ell. Aquest espai Patró ha de ser alimentat amb dades etiquetades en el que s'anomena procés d'aprenentatge i que farà que disposem d'una funció de densitat de cada una de les classes, és a dir sabrem el comportament probable dels valors dels components de cada una de les classes que formen l'univers analitzat. Una cop tenim aquests patrons classificarem la mostra en aquella classe que tingui el valor del terme de classe a posteriori més elevat.

Veiem el desenvolupament matemàtic de tot el que hem comentat. Com volem buscar la màxima separabilitat entre les classes que componen el nostre univers de mostra, maximitzarem una funció objectiu en què en el numerador estigui la matriu de dispersió entre classes i en el denominador la matriu de dispersió dins de cada classe.

Sent  $X_1...X_n$  els patrons de "d" dimensions i "c" el número de classes de que està format el nostre univers a analitzar, i assumint que cada classe té N patrons crearem un vector per cadascun dels N patrons de cadascuna de les "c" classes, la qual cosa ens proporcionarà una projecció unidimensional de cada patró i en permetrà obtenir la major separabilitat entre ells.

L'element a classificar també el convertirem en un vector per a poder comparar elements de dimensions afins. El següent pas serà calcular la covariància mitjana S de tots els patrons de totes les classes, assumint que la covariància es comuna totes elles i, finalment, obtindrem la mitjana  $m_i$  de cadascun dels elements que componen cada vector.

Classificarem la mostra en aquella classe en què el terme de decisió per la classe a posteriori sigui més alt. Aquest terme de decisió de la classe a posteriori el calcularem aplicant la fórmula:

$$Td = x^T \hat{S}^{-1} m_i - \frac{1}{2} m_i^T \hat{S}^{-1} m_i$$

Equació 3. Terme de decisió de la classe posterior.

On:

- $\hat{S}^{-1}$  és la inversa de la matriu de covariància mitjana de tots els elements patró.
- $m_i$  és la mitjana de cada una de les classes dels patrons
- $m_i^T$  és la mitjana de totes les classes
- $x^T$  és l'element que volem classificar

## 3. Part pràctica

### 3.1. *Matlab* com a eina de tractament d'imatges

La segona part del treball es va focalitzar en adquirir coneixements i pràctica en l'ús de *Matlab*, per realitzar diferents tractaments de la imatge, interactuar amb l'usuari i treballar amb matrius en què s'emmagatzemen les imatges. Es va consultar diferents document a Internet [4].

#### 3.1.1. El programari *Matlab*

Ens centrarem primer de tot en aspectes generals del programari *Matlab*, creat per la companyia MathWorks (Natick, Massachusetts, Estats Units d'Amèrica) al 1985. Aquest programari es pot utilitzar en els entorns *Unix*, *Windows*, *Mac* i *Linux*. Està escrit en llenguatge *C*, *C++* i *Java*, i pot cridar funcions escrites en *C* o en *Fortran*. La versió actual estable és la R2018a, de 15 de Març de 2018. Com molts altres programaris, *Matlab* proveeix llicències gratuïtes pel món acadèmic.



Imatge 8. Icona de *Matlab* [8]

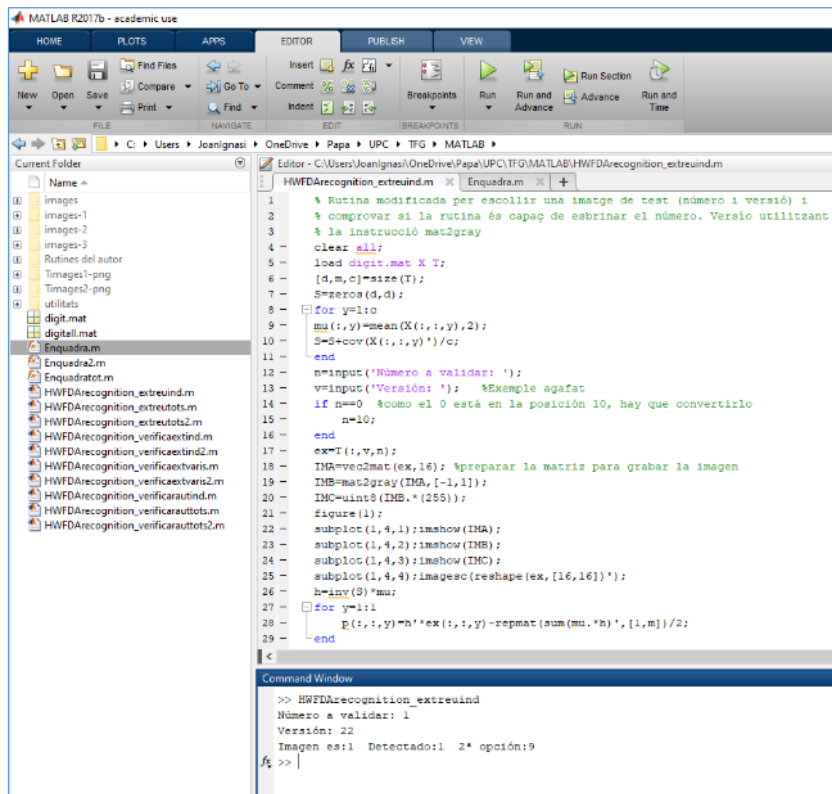
Les principals prestacions de *Matlab* són la manipulació de matrius, la representació de dades i funcions, la implementació d'algoritmes, la creació d'interfícies d'usuari (GUI) i la comunicació amb programes en altres llenguatges i amb altres dispositius maquinari. Les capacitats del programari es poden ampliar amb les anomenades Caixes d'Eines (*Toolboxes*), entre les que cal destacar *Image Acquisition Tool*, per la gestió d'imatges, *Simulink*, eina molt coneguda en el món acadèmic per a la generació avançada de models, o *Guide*, per la creació de interfícies gràfiques d'usuari.

La base de funcionament de *Matlab* és l'script, que és on definim la seqüència d'instruccions que volem executar per assolir un determinat objectiu. El llenguatge de programació és interpretat, la qual cosa permet executar el codi mitjançant tan en un script com en l'entorn interactiu, mitjançant l'escriptura de sentències en la finestra de comandes.

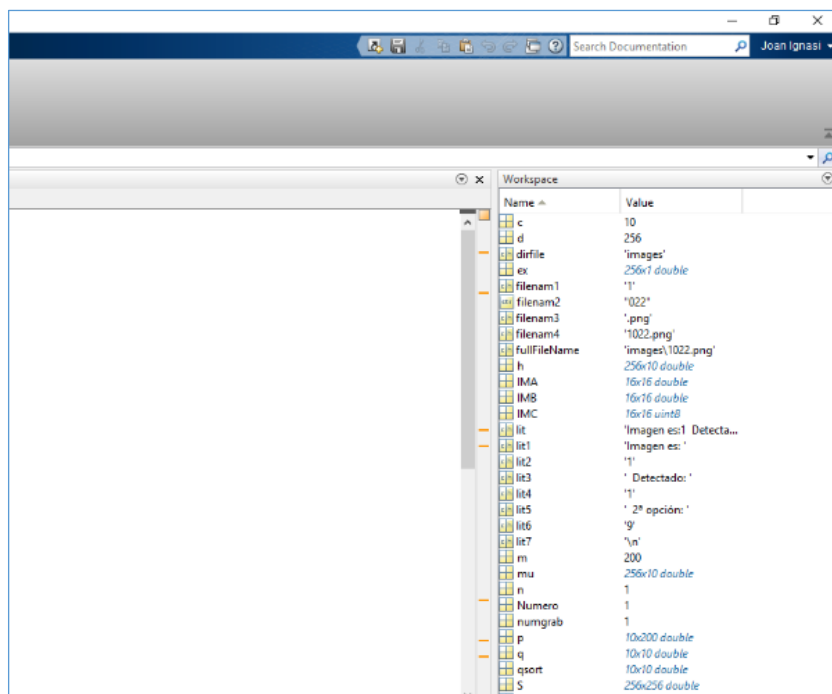
L'entorn de treball per defecte permet visualitzar 5 zones:

- Comandes i menús, característics de qualsevol programa en entorn Windows.
- La zona on trobem els diferents scripts realitzats i resta d'arxius auxiliars.
- La finestra de comandes (*Command Window*), zona en què interactuem amb el programa i on rebem els missatges del sistema relatius a errors, advertiments i presentació de dades.
- El *Workspace*, on el sistema ens presenta totes les variables, i les seves característiques, que estan intervenint en l'execució d'un script. Una gran funcionalitat de *Matlab* és precisament la facilitat amb què podem analitzar les dades que contenen les variables.
- L'*Editor*, que està associat amb l'edició d'un script i on s'enumeren seqüencialment les sentències que configuren l'script.

En les següent imatges podem veure l'aspecte de l'escriptori de *Matlab*: a la part superior la zona de menús, a l'esquerra la zona d'scripts, a la part central superior l'editor, a la part central inferior la finestra de comandes, i a la part dreta el *Workspace*.



Imatge 9. Part esquerra de l'escriptori de *Matlab*



Imatge 10. Part dreta de l'escriptori de *Matlab*

### 3.1.2. Tractament de dades

A *Matlab* les dades es gestionen mitjançant variables, com a la majoria d'entorns de programació, amb la particularitat que sempre són matrius. Podem declarar una variable especificant un tipus i una dimensió, però de fet no cal fer-ho, ja que amb una sentència d'assignació la variable queda declarada. Si, per exemple, volem crear una matriu de resultats de 3 partits d'un esport qualsevol entre 2 equips, i li volem donar dimensió 3x2 (3 files i 2 columnes) escriurem en l'script (o en la línia de comandes de la finestra de comandes) el següent:

```
RES=[2 6; 0 5; 1 3]
```

Amb aquesta simple comanda tindrem una matriu que representada visualment serà:

```
2    6
0    5
1    3
```

### 3.1.3. Operacions amb matrius

Podem fer operacions amb les matrius referint-nos simplement al nom de la variable que les referencia, i podem tractar les matrius en la seva totalitat, o bé gestionar informació d'un element, de files o de columnes senceres.

Exemples de comandes:

- Sumar un valor a tots els elements de la matriu RES:

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u>            |
|------------------|----------------------------|
| RES = RES + 2    | 4    8<br>2    7<br>3    5 |

- Conèixer les dimensions de la matriu

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u> |
|------------------|-----------------|
| [f,c]=size(RES)  | f = 3<br>c = 2  |

- Invertir la matriu:

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u>            |
|------------------|----------------------------|
| RESINV = RES'    | 4    2    3<br>8    7    5 |

- Conèixer el valor d'un element de la matriu (fila, columna)

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u> |
|------------------|-----------------|
| RESINV(2,3)      | 5               |

- Conèixer el valor d'una fila de la matriu

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u> |
|------------------|-----------------|
| RESINV(2,:)      | 8      7      5 |

- Conèixer el valor d'una columna de la matriu

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u> |
|------------------|-----------------|
| RESINV(:,3)      | 3<br>5          |

- Assignar un valor a un element determinat de la matriu

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u>                    |
|------------------|------------------------------------|
| RESINV(2,2)=9    | 4      2      3<br>8      9      5 |

- Assignar un valor a tota una fila de la matriu

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u>                    |
|------------------|------------------------------------|
| RESINV(2,:)=0    | 4      2      3<br>0      0      0 |

- Assignar un valor a tota una columna de la matriu

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u>                    |
|------------------|------------------------------------|
| RESINV(:,3)=7    | 4      2      7<br>0      0      7 |

- Multiplicar dues matrius

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u>  |
|------------------|--|
| RES*RESINV       | 16      8      84<br>8      4      63<br>12      6      56 |

- Valor màxim que es pot trobar dins de la matriu  $RESI=[1\ 2\ 2; 3\ 3\ 2]$

| <u>Sentència</u>            | <u>Resultat</u> |
|-----------------------------|-----------------|
| <code>max(max(RESI))</code> | 3               |

- Mitjana de tots els valors de la matriu  $RESI=[1\ 2\ 2; 3\ 3\ 2]$

| <u>Sentència</u>              | <u>Resultat</u> |
|-------------------------------|-----------------|
| <code>mean(mean(RESI))</code> | 2.1667          |

- Ordenar les files d'una matriu  $M=[1\ 3\ 2; 7\ 9\ 8; 4\ 6\ 5]$

| <u>Sentència</u>        | <u>Resultat</u> |   |   |
|-------------------------|-----------------|---|---|
| qs=sort(M,1,'descend'); | 7               | 9 | 8 |
|                         | 4               | 6 | 5 |
|                         | 1               | 3 | 2 |
| qs=sort(M,1,'ascend');  | 1               | 3 | 2 |
|                         | 4               | 6 | 5 |
|                         | 7               | 9 | 8 |

- Ordenar les columnes d'una matriu  $M=[1\ 3\ 2; 7\ 9\ 8; 4\ 6\ 5]$

| <u>Sentència</u>        | <u>Resultat</u> |   |   |
|-------------------------|-----------------|---|---|
| qs=sort(M,2,'descend'); | 3               | 2 | 1 |
|                         | 9               | 8 | 7 |
|                         | 6               | 5 | 4 |
| qs=sort(M,2,'ascend');  | 1               | 2 | 3 |
|                         | 7               | 8 | 9 |
|                         | 4               | 5 | 6 |

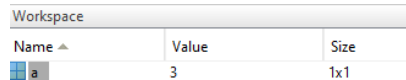
Hi ha moltes més comandes addicionals, entre les que podem trobar-ne, entre d'altres, de trigonomètriques, logarítmiques o exponencials, però aquest recull seria massa extens i considerem que amb els grups de sentències exposats el lector es pot fer una primera idea de la potència que ens proveeix *Matlab* per la gestió i operació de dades.



## 3.1.4. Variables simples

Basant-nos en aquest tractament de les variables com a matrius de diferents dimensions, tindrem que una variable simple en què vulguem emmagatzemar, per exemple, el valor d'un comptador serà considerada per *Matlab* com una matriu de dimensions 1x1.

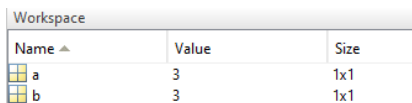
- La comanda `a=3`, genera una matriu 1x1 amb el valor 3.



| Workspace |       |      |
|-----------|-------|------|
| Name      | Value | Size |
| a         | 3     | 1x1  |

Imatge 11. La variable "a" en el Workspace de Matlab

- La comanda `b=a`, genera una matriu 1x1 amb el valor 3.  
És interessant aquesta propietat de *Matlab* que fa que una variable es crea de forma automàtica amb les característiques de la variable de la que es copia les dades, tal com es pot observar en la imatge 12.



| Workspace |       |      |
|-----------|-------|------|
| Name      | Value | Size |
| a         | 3     | 1x1  |
| b         | 3     | 1x1  |

Imatge 12. Les variables "a" i "b" en el Workspace de Matlab

## 3.1.5. Operacions amb vectors

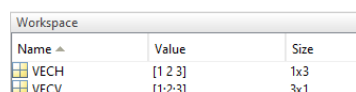
Com hem dit abans, *Matlab* considera totes les variables com matrius, per tant, si volem definir un vector de  $n$  posicions, el que ens caldrà fer és declarar una matriu  $n \times 1$  o  $1 \times n$ .

- Crear vector "horitzontal" 1x3:

| Sentència    | Resultat        |
|--------------|-----------------|
| VECH=[1 2 3] | 1      2      3 |

- Crear vector "vertical" 3x1:

| Sentència      | Resultat    |
|----------------|-------------|
| VECV=[1; 2; 3] | 1<br>2<br>3 |



| Workspace |           |      |
|-----------|-----------|------|
| Name      | Value     | Size |
| VECH      | [1 2 3]   | 1x3  |
| VECV      | [1; 2; 3] | 3x1  |

Imatge 13. Els vectors en el Workspace

Podem també convertir una matriu en un vector i viceversa de forma senzilla.

- Convertir Matriu RES=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9] a vector E

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u>                           |
|------------------|---|
| E=RES(:);        | 1<br>4<br>7<br>2<br>5<br>8<br>3<br>6<br>9 |
| F=RES(:)';       | 1 4 7 2 5 8 3 6 9                         |

- Convertir vector F=[1 3 2 7 9 8 4 6 5] a matriu M de 3 columnes

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u>                                 |
|------------------|---|
| M=vec2mat(F,3)   | 1     3     2<br>7     9     8<br>4     6     5 |

### 3.1.6. Operacions estadístiques

*Matlab* també incorpora una sèrie d'instruccions relacionades amb estadística.

- Covariància d'una matriu A = [5 0 3 7; 1 -5 7 3; 4 9 8 10];

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u>   |
|------------------|---|
| S=cov(A)         | 4.3333 8.8333 -3.0000 5.6667<br>8.8333 50.3333 6.5000 24.1667<br>3.0000 6.5000 7.0000 1.0000<br>5.6667 24.1667 1.0000 12.3333 |

- Distància de Mahalanobis

X = mvnrnd([0;0],[1 .9;.9 1],100);

Y = [1 1;1 -1;-1 1;-1 -1];

| <u>Sentència</u> | <u>Resultat</u>                        |
|------------------|--|
| d = mahal(Y,X)   | 0.6288<br>19.3520<br>21.1384<br>0.9404 |

### 3.1.7. Instruccions de decisió i gestió de bucles

Com la majoria de llenguatges *Matlab* incorpora sentències per la presa de decisions, com “if...else” o “case”

| <u>Sentència</u>                      | <u>Resultat</u>                  |
|---------------------------------------|----------------------------------|
| if A=1<br>B=2;<br>else<br>B=3;<br>end | Suposant que A val 1, B valdrà 2 |

Per la gestió de bucles tenim “while...” o “for..”.

| <u>Sentència</u>                    | <u>Resultat</u> |
|-------------------------------------|-----------------|
| b=0;<br>for a=1:10<br>b=b+1;<br>end | b=10            |

Un cop analitzades les principals sentències, passem a analitzar les específicament relacionades amb el tractament d'imatges.

### 3.1.8. Sentències *Matlab* pel tractament de la imatge

Entre les sentències de tractament d'imatges de *Matlab* es troben les que permeten fer binarització, canvis de mida, retall, conversió a gama de grisos, erosió i dilatació o l'adquisició d'imatges i dades de l'usuari.






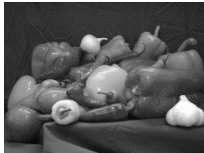
En la Taula 1 es detallen les instruccions bàsiques de manipulació d'imatges de *Matlab*.


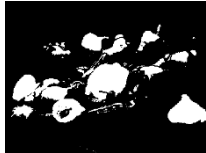






Taula 1. Instruccions bàsiques de tractament d'imatges de *Matlab*

| Categoria           | Instrucció            | Descripció  | Format  |
|---------------------|-----------------------|---|---|
| Gestió imatges      | <code>imread</code>   | Llegeix una imatge i la col·loca en una matriu de dimensions equivalent | <code>A=imread(imatge.jpg)</code>               |
|                     | <code>imwrite</code>  | Grava una imatge a partir d'una matriu                                  | <code>imwrite(B,imatge.jpg)</code>              |
| Presentació         | <code>subplot</code>  | Permet dividir una figura en zones para representar varies imatges      | <code>subplot(files, divisions, posició)</code> |
|                     | <code>imshow</code>   | Mostra la imatge corresponent a una matriu                              | <code>imshow(C)</code>                          |
|                     | <code>disp</code>     | Mostra el valor d'una variable en la línia de comandes                  | <code>disp(varA)</code>                         |
| Modificació imatges | <code>fprintf</code>  | Permet presentar variables i textos formatats                           | <code>fprintf(literal)</code>                   |
|                     | <code>imdilate</code> | Expandeix amb píxels els píxels de les bores seguint el patró indicat   | <code>imdilate(A, patró)</code>                 |
|                     | <code>imerode</code>  | Suprimeix píxels de los bordes seguint el patró indicat                 | <code>imerode(A, patró)</code>                  |
|                     | <code>rgb2gray</code> | Converteix una imatge de 3 capes en una imatge de 1 capa de grisos      | <code>rgb2gray(A)</code>                        |
|                     | <code>im2bw</code>    | Converteix una imatge en binària en funció del llindar de grisos        | <code>im2bw(B, llindar)</code>                  |
|                     | <code>medfilt2</code> | Mediana de cada píxel en base als valors dels píxels confrontats        | <code>medfilt2(A)</code>                        |
|                     | <code>imresize</code> | Canvia les dimensions d'una imatge a els valors especificats            | <code>imresize(D,[mida, mida])</code>           |
| Informació imatges  | <code>imcrop</code>   | Retalla la imatge amb les mesures especificades                         | <code>imcrop(A,[xmin,ymin, Ample, alt])</code>  |
|                     | <code>Size</code>     | Proporciona les dimensions de la matriu                                 | <code>[files, columnes]=size(A)</code>          |
|                     | <code>impixel</code>  | Proporciona el valor del píxel seleccionat interactivament              | <code>impixel(A)</code>                         |
|                     | <code>bwselect</code> | Permet seleccionar els objectes connectats al píxel seleccionat         | <code>Bwselect(tipus selecció)</code>           |

A la Taula 2 es mostren alguns exemples il·lustratius de les instruccions:

Taula 2. Exemples d'instruccions de tractament d'imatges de *Matlab*

| Instrucció            | Imatge original   | Script  | Imatge final  |
|-----------------------|---|---|---|
| <code>imdilate</code> |  | <pre>clear all; A=imread('image12.jpg','jpg'); Agray=rgb2gray(A); Abin=Agray&gt;128; SE=strel('square',8); Adilate=imdilate(Abin,SE); figure(1); subplot(1,3,1);imshow(A); subplot(1,3,2);imshow(Adilate);</pre>  |  |
| <code>imerode</code>  |  | <pre>clear all; A=imread('image12.jpg','jpg'); Agray=rgb2gray(A); Abin=Agray&gt;128; SE=strel('square',8); Aerosion=imerode(Abin,SE); figure(2); subplot(1,3,1);imshow(A); subplot(1,3,2);imshow(Aerosion);</pre> |  |
| <code>rgb2gray</code> |  | <pre>clear all; A=imread('peppers.png','png'); Agray=rgb2gray(A); subplot(1,2,1);imshow(A); subplot(1,2,2);imshow(Agray); imwrite(Agray,'peppersb.png');</pre>  |  |

| Instrucció  | Imatge original   | Script   | Imatge final   |
|---|---|--|--|
| im2bw   |  | <pre>clear all; A=imread('peppers.png','png'); subplot(1,3,1);imshow(A); Agray=rgb2gray(A); subplot(1,3,2);imshow(Agray); Abw=im2bw(Agray,0.5); subplot(1,3,3);imshow(Abw);</pre>  |   |
| imresize  |  | <pre>clear all; A=imread('images/peppers.png','png'); subplot(1,2,1);imshow(A); C=imresize(A,0.5); subplot(1,2,2);imshow(C);</pre>   |   |
| imcrop  |  | <pre>clear all; A=imread('peppers.png','png'); subplot(1,2,1);imshow(A); Acrop=imcrop(A,[140,140,100,100]); ; subplot(1,2,2);imshow(Acrop); imwrite(Acrop,'peppersc.png');</pre>   |   |
| Bwselect<br>Opció seleccionar els elements que es toquen per les cantonades amb l'element seleccionat |  | <pre>clear all; A=imread('image14.jpg','jpg'); Agray=rgb2gray(A); Abin=Agray&gt;128; Abininv=not(Abin); subplot(1,4,1);imshow(Abininv); % Seleccionar els que es toquen en les cantonades Asel=bwselect(8); subplot(1,4,2);imshow(Asel);</pre> |  |

## 3.2. Assajos

### 3.2.1. Assajos amb imatges extretes de la base de test

Per realitzar els assajos es disposava d'una base de dades amb vectors corresponents a 500 imatges de cadascun dels dígit del 0 al 9 escrits a mà. Aquesta base ha sigut utilitzada durant tot el treball per comparar imatges i determinar de forma estadística a quin dígit corresponien. Les imatges patró es troben en l'Annex 3 – Imatges patró.

Sobre una base de prova de 200 imatges de cada dígit es va fer un test que va donar com a resultat que el 89,75% de les imatges eren correctament classificades per l'script. Aquelles imatges que no eren detectades corresponien a dígit difícils d'identificar inclús per un ser humà. Aquestes imatges de prova es troben en l'Annex 4 – Imatges de prova.

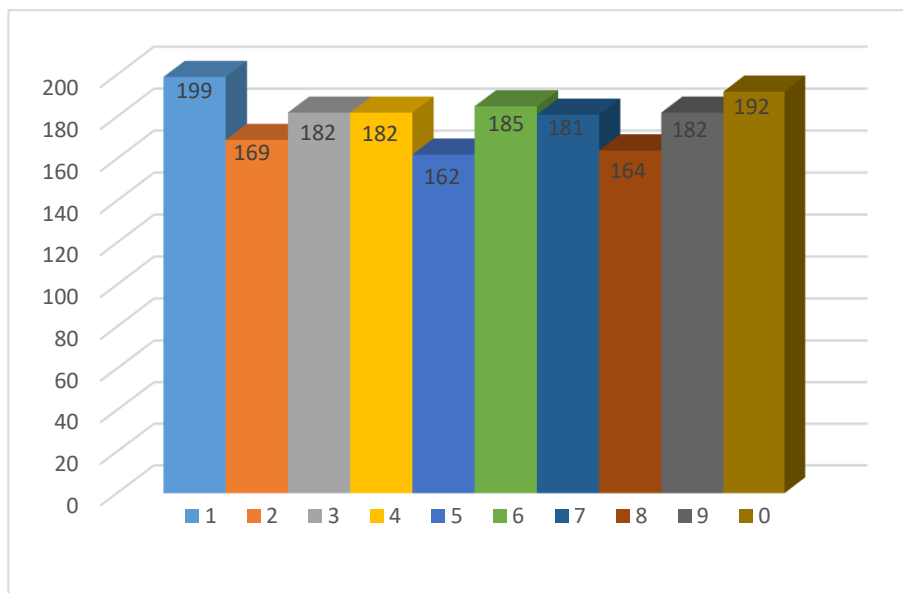
En l'Annex 5 – Script verificació 200 imatges, es troba el codi del script de *Matlab* utilitzat per verificar les 200 mostres de cada dígit i que va donar com a resultats els mostrats en la taula 3 de correspondències on cada fila correspon a les 200 mostres analitzades per cada dígit, i les columnes al número assignat per l'script classificador.

Taula 3. Resultat del reconeixement de 200 imatges de prova de cada dígit

| Dígit | Correspondències |     |     |     |     |     |     |     |     |     | % Correctes |
|-------|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------------|
|       | 1                | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 0   |             |
| 1     | 199              | 0   | 0   | 0   | 1   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 99,5        |
| 2     | 0                | 169 | 8   | 8   | 1   | 2   | 4   | 8   | 0   | 0   | 84,5        |
| 3     | 0                | 0   | 182 | 1   | 5   | 0   | 2   | 8   | 1   | 1   | 91          |
| 4     | 2                | 2   | 0   | 182 | 0   | 1   | 0   | 3   | 10  | 0   | 91          |
| 5     | 0                | 0   | 21  | 4   | 162 | 1   | 0   | 4   | 4   | 4   | 81          |
| 6     | 1                | 2   | 0   | 1   | 5   | 185 | 0   | 3   | 0   | 3   | 92,5        |
| 7     | 2                | 0   | 1   | 5   | 1   | 0   | 181 | 0   | 9   | 1   | 90,5        |
| 8     | 0                | 1   | 16  | 6   | 6   | 0   | 1   | 164 | 3   | 3   | 82          |
| 9     | 1                | 0   | 0   | 8   | 0   | 0   | 7   | 2   | 182 | 0   | 91          |
| 0     | 0                | 0   | 3   | 0   | 0   | 4   | 0   | 1   | 0   | 192 | 96          |

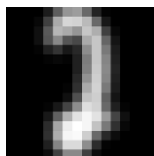
S'observa que el número 1, per raons derivades de la seva simplicitat morfològica, és el que millor resposta obté amb un percentatge del 99,5%. El segueixen el 0 i el 6. El més complicat de classificar és el 5.

Per altra banda observem també que el número 3 és el que més resultats obté com a candidat en els casos d'error ja que fins a 49 casos son classificats erròniament com a 3. En la imatge 14 podem veure una gràfica del número d'encerts per dígit extreta de la taula 3.



Imatge 14. Número d'encerts de cada dígit

En la imatge 15 es pot observar un dígit de la base de test que no va ser reconegut per l'script.



Imatge 15. Un dígit 2 no reconegut

En l'Annex 6 – Imatges no classificades es poden observar la morfologia dels dígit no classificats.

En la taula 4 es mostren, per cada dígit, els números que més vegades s'assignen per error al classificar un dígit. Es pot observar com el 3 i el 8 es confonen freqüentment entre ells. Passa el mateix amb el 4 i el 9. Aquestes confusions són a causa de les semblances morfològiques.

Taula 4. Número amb que es confon amb més freqüència cada dígit

| Dígit | Màxima confusió |
|-------|-----------------|
| 1     | 5               |
| 2     | 3, 4 i 8        |
| 3     | 8               |
| 4     | 9               |
| 5     | 3               |
| 6     | 5               |
| 7     | 9               |
| 8     | 3               |
| 9     | 4               |
| 0     | 6               |

Donat que aquestes mostres partien d'un format adequat a les dimensions de la base de dades, el següent repte va ser realitzar la comprovació amb imatges obtingudes amb un dispositiu extern (mòbil o similar).

### 3.2.2. Assajos amb imatges externes

La segona tanda de proves es va fer amb imatges obtingudes amb un dispositiu mòbil o mitjançant l'eina d'adquisició d'imatges de *Matlab*, *Image Acquisition Tool*.

En aquest assaig el problema que es va plantejar era el contrast i la discordança entre les mides de la imatge capturada i la base de dades de patrons utilitzada per fer l'anàlisi discriminatori. Per tant, per poder realitzar amb èxit aquest punt es van necessitar aplicar moltes de les funcions de *Matlab* enumerades anteriorment.

El tractament de la imatge va requerir de les següents passes prèvies a la seva comprovació:

1. Bolcar la imatge en una matriu (*imread*).
2. Adequar la dimensió de la imatge a un format quadrat de 1024x1024 (*imresize*).
3. Convertir-la a escala de grisos (*rgb2gray*).
4. Passar a binari la imatge amb un llindar de 128 sobre 255 (valor mig de l'escala de grisos).
5. Invertir la imatge per deixar el fons negre i el traç blanc.
6. Dilatar la imatge (*imdilate*) per reforçar la resolució del traç.
7. Enquadrar la imatge i centrar-la.
8. Ajustar la imatge a les dimensions utilitzades per buscar en els patrons (16x16).
9. Realitzar una nova dilatació, ja que el canvi de mida reduïa el grossor del traç.

Es pot observar que no es fa una conversió directa a les dimensions de les imatges patró (16x16) ja que així s'evita la pèrdua de píxels amb informació clau per la classificació. La transició prèvia per una mida superior (1024x1024), amb més definició, permet ajustar condicions de la imatge i reforçar alguns aspectes com el traç abans de fer la reducció final a la dimensió 16x16 que tenen les imatges de la base de dades de patrons.

Es va observar en aquest procés que aconseguir un traç gruixut era clau per a la identificació, cosa que va conduir a l'ús de sentències repetitives de dilatació del tipus *imdilate*. Els resultats utilitzant línies de poc gruix i enquadrat no ajustat era prop d'un 50% inferior respecte als casos en què s'utilitzaven imatges ben enquadrades i amb el traç ample. Per aquest motiu es va incorporar una subrutina d'enquadrament de les imatges.

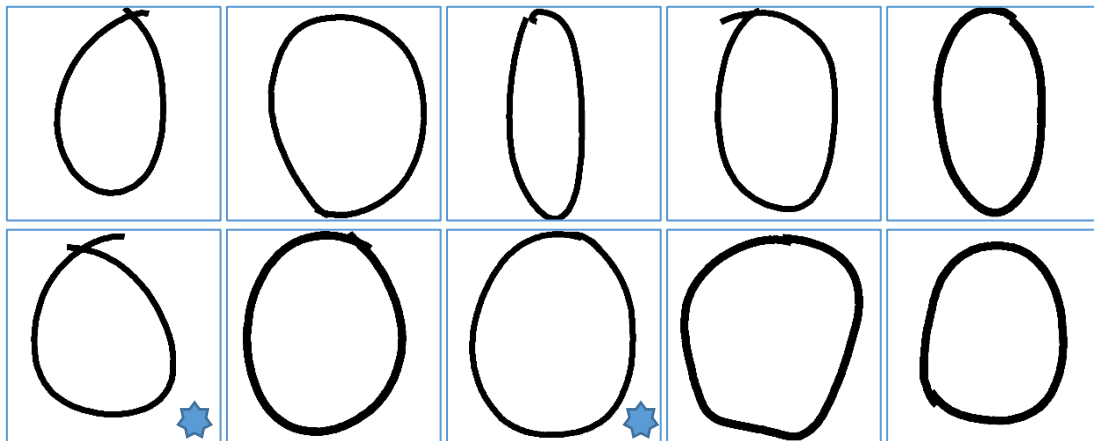
L'script realitzat per a la verificació d'imatges corresponents a diferents versions dels dígit del 0 al 9 es troba en l'Annex 7 – Script d'identificació d'imatges i s'explica pas a pas en l'apartat "2.2.3. Explicació pas a pas de l'script utilitzat pel reconeixement de dígit".

Cal destacar que com estem utilitzant un mètode estadístic, en l'script no sols s'obté el número que es correspon en més casos patró amb la imatge, sinó també el segon número amb més coincidències. La utilitat de conèixer el segon dígit amb més correspondències ens serveix per corroborar que en els casos d'error el número correcte es troba la majoria de les vegades en la segona posició.

A continuació podem veure una sèrie de dígit externs i quin va ser el resultat de l'anàlisi.



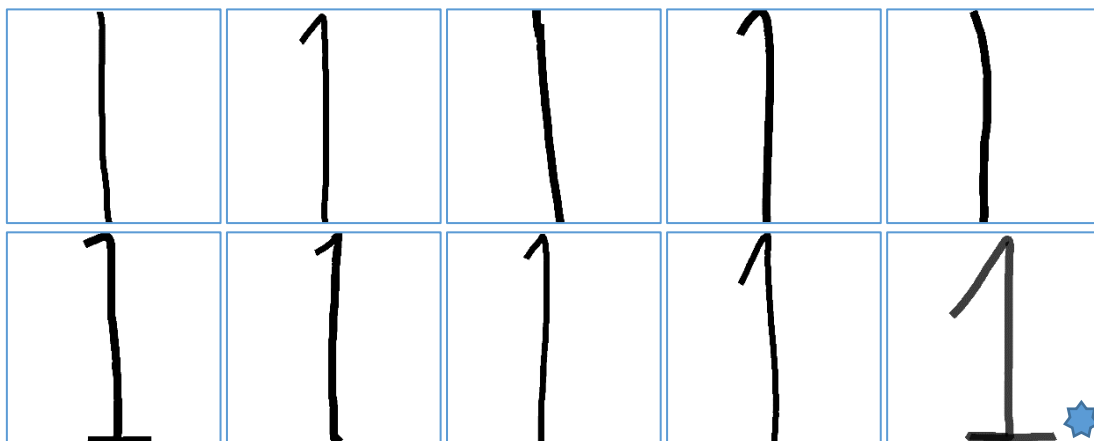
## 3.2.2.1. Comprovacions amb el dígit 0.



Imatge 16. Les 10 imatges externes del dígit 0

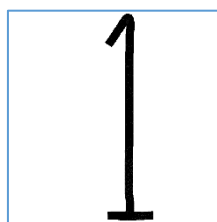
Pels elements mostrats a la imatge 16, corresponents a 10 versions del dígit 0, va haver un percentatge d'encert del 80%, sent les versions 5 i 7 (marcades amb una estrella) els casos erronis. En aquest casos erronis l'script va assimilar els dígits amb el 8 i el 4.

## 3.2.2.2. Comprovacions amb el dígit 1.



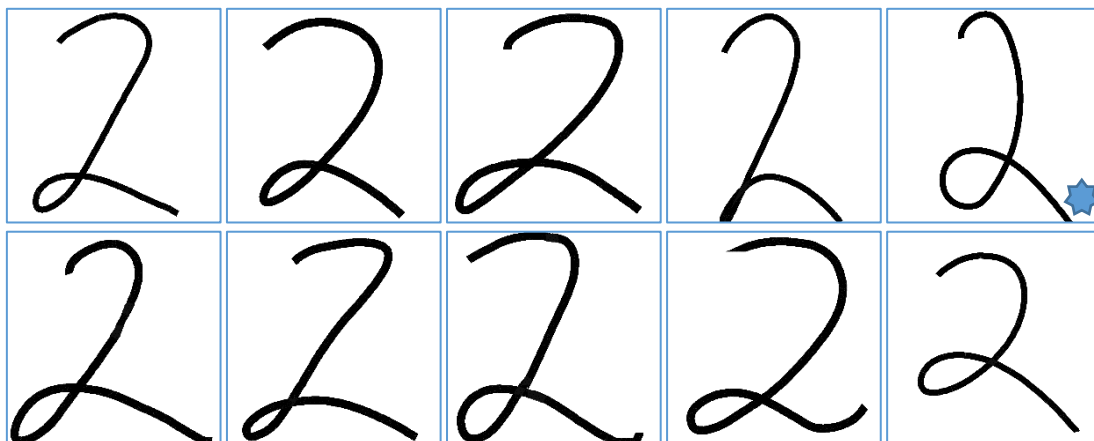
Imatge 17. Les 10 imatges externes del dígit 1

Pels elements mostrats a la imatge 17, corresponents a 10 versions del dígit 1, va haver un percentatge d'encert del 90%, sent la versió 9 del dígit (marcat amb una estrella) el cas erroni. Cal assenyalar que el dígit erroni va passar a ser correcte amb una correcció de la mida del peu i del barret, confirmant així que pel mètode es vital que les mostres estiguin el més a prop possible de la mitja. La imatge del dígit 1 corregit és la següent:



Imatge 18. Versió 9 del dígit 1 correctament classificada

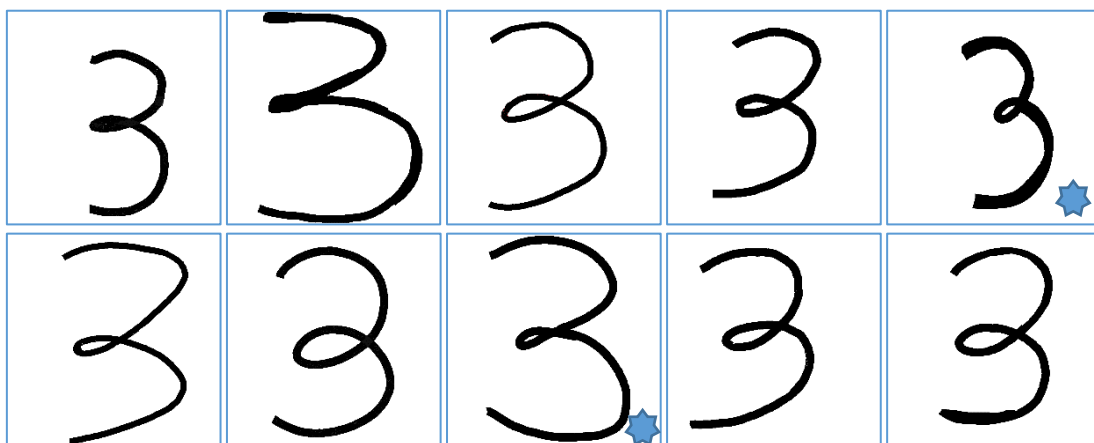
## 3.2.2.3. Comprovacions amb el dígit 2.



Imatge 19. Les 10 imatges externes del dígit 2

Pels elements mostrats a la imatge 19, corresponents a 10 versions del dígit 2 es va obtenir un encert del 90%. La versió incorrectament classificada va ser la quarta, marcada amb una estrella. Cal assenyalar que el dígit 2, junt amb el 5 i el 8 és el que donava més percentatge d'errors en les proves realitzades inicialment. En aquest grup milloraven els encerts si la base era amb el llaç. La versió errònia es confonia amb el 5.

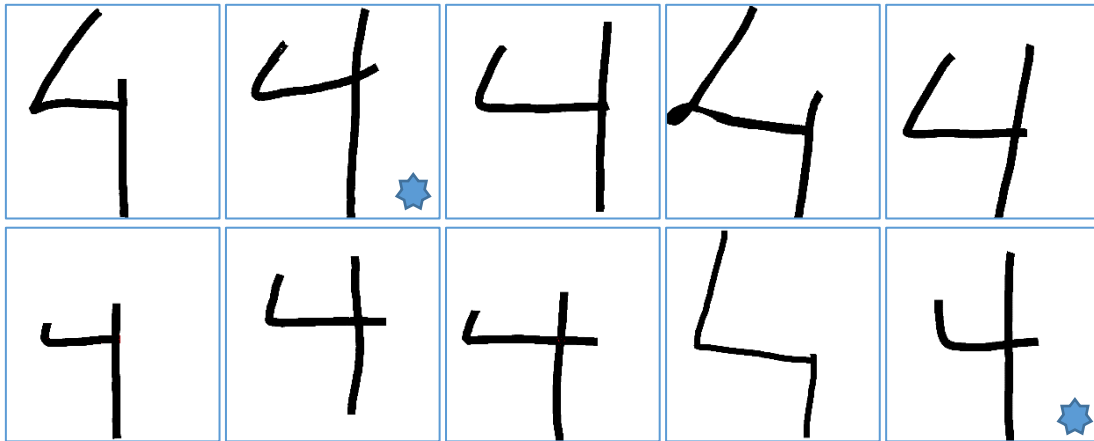
## 3.2.2.4. Comprovacions amb el dígit 3.



Imatge 20. Les 10 imatges externes del dígit 3

Pels elements mostrats a la imatge 20, corresponents a 10 versions del dígit 3 es van classificar correctament 8 versions i com a segona opció dos d'elles (marcades amb una estrella), situant-se per tant el 100% en les 2 primeres posicions. La confusió va ser amb el 0 i el 9.

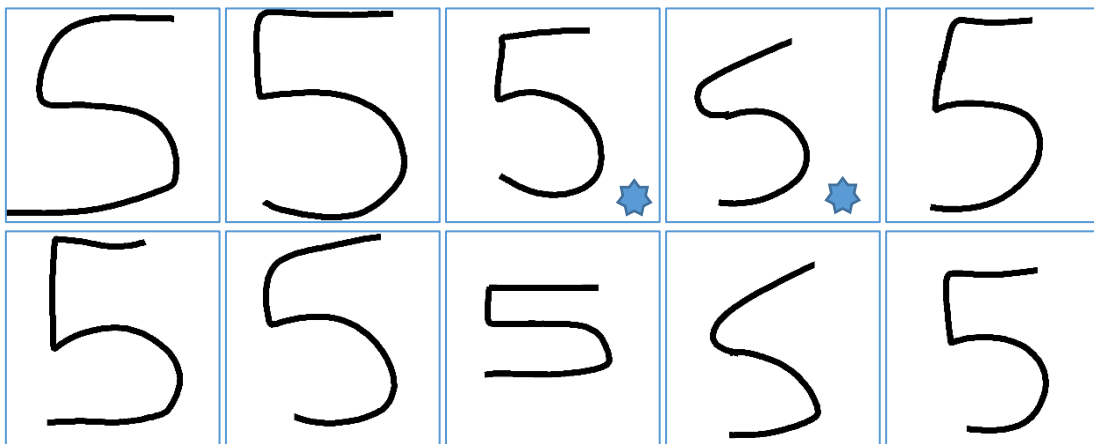
## 3.2.2.5. Comprovacions amb el dígit 4.



Imatge 21. Les 10 imatges externes del dígit 4

Pels elements mostrats a la imatge 21, corresponents a 10 versions del dígit 4, va haver un percentatge d'encert del 80%, sent les versions 1 i 9 del dígit (marcades amb una estrella) el casos erronis.

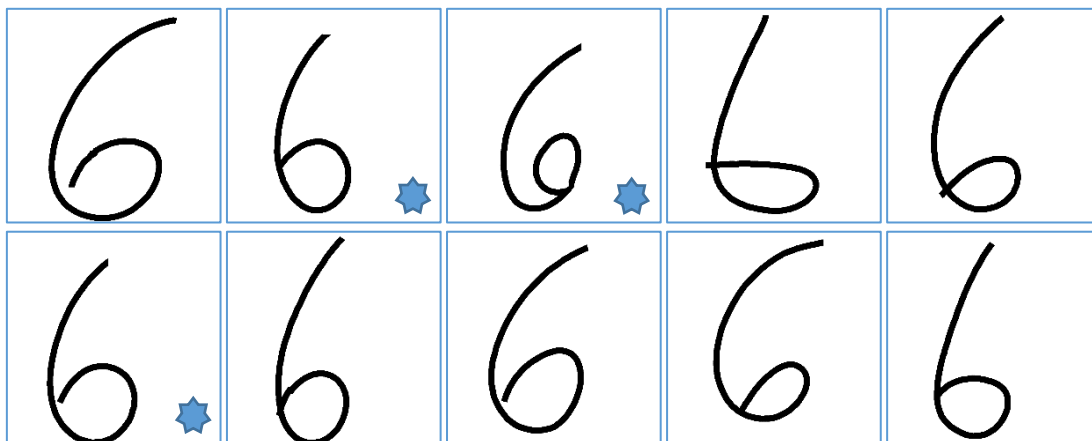
## 3.2.2.6. Comprovacions amb el dígit 5.



Imatge 22. Les 10 imatges externes del dígit 5

Pels elements mostrats a la imatge 22, corresponents a 10 versions del dígit 5 va haver un percentatge d'encert del 80%, sent les versions 2 i 3 del dígit (marcades amb una estrella) els casos erronis. En aquest dos casos erronis l'script va assimilar els dígit amb el 3 i el 9, i el 5 ocupava la segona i tercera posició.

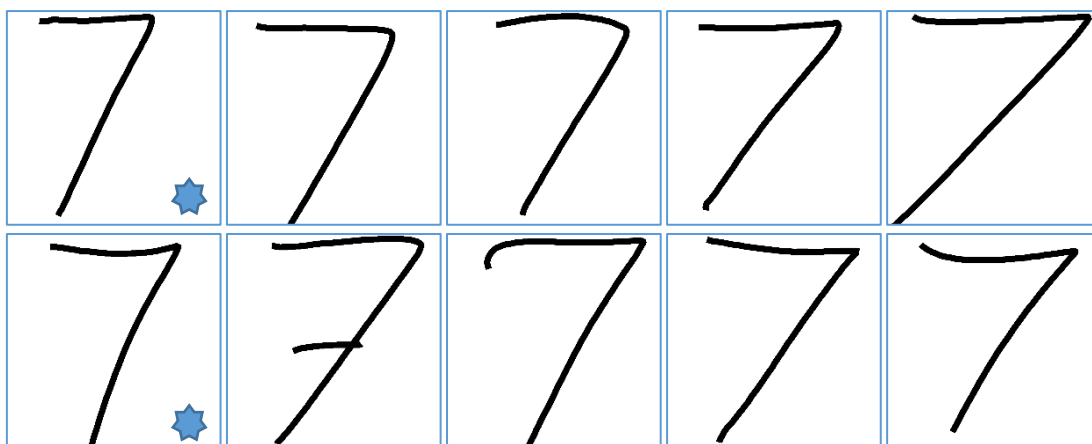
## 3.2.2.7. Comprovacions amb el dígit 6.



Imatge 23. Les 10 imatges externes del dígit 6

Pels elements mostrats a la imatge 23, corresponents a 10 versions del dígit 0, va haver un percentatge d'encert del 70%, sent les versions marcades amb una estrella els casos erronis. En aquest tres casos erronis l'script va assimilar els dígits amb els valors 2, 8 i 2, i en segona posició va classificar-los com a 6.

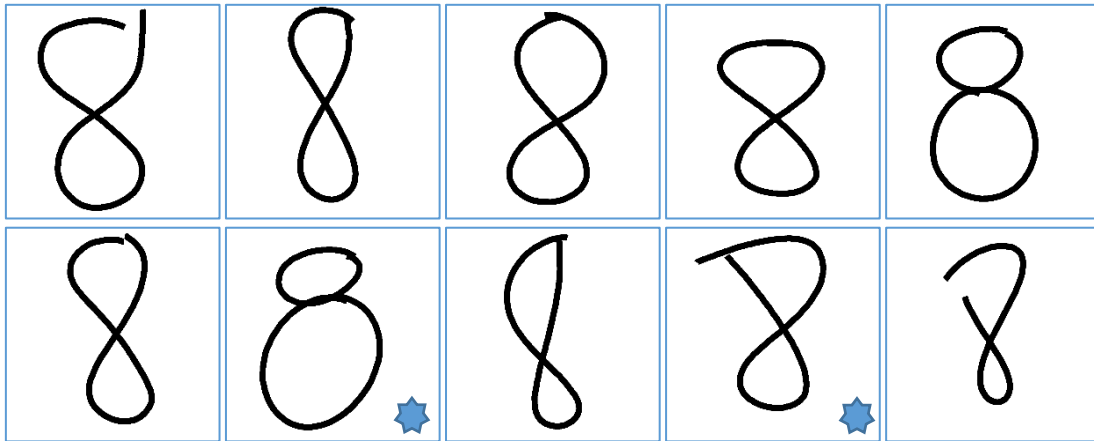
## 3.2.2.8. Comprovacions amb el dígit 7.



Imatge 24. Les 10 imatges externes del dígit 7

Pels elements mostrats a la imatge 24, corresponents a 10 versions del dígit 7, va haver un percentatge d'encert del 80%, sent les versions 0 i 5 del dígit (marcades amb una estrella) els casos erronis. En aquest casos erronis l'script va assimilar els dígits amb el 6 i el 7 ocupava la 2ª posició.

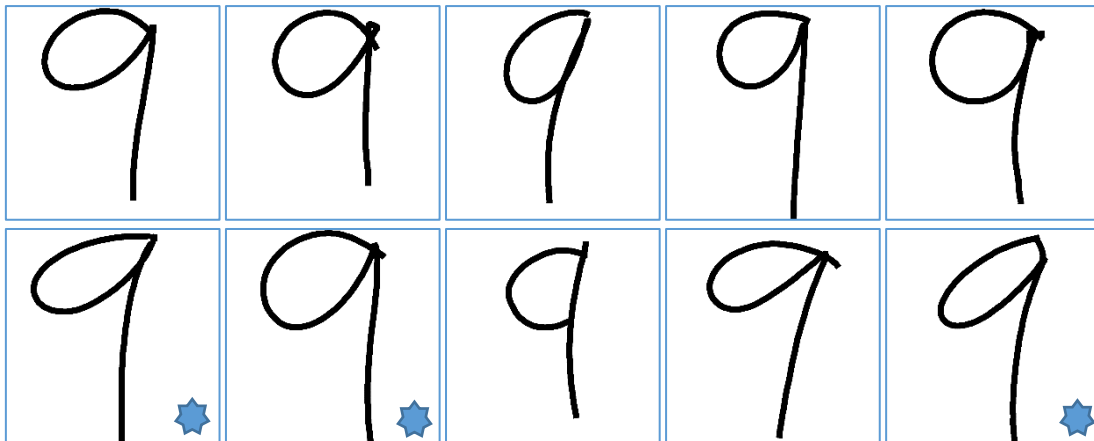
## 3.2.2.9. Comprovacions amb el dígit 8.



Imatge 25. Les 10 imatges externes del dígit 8

Pels elements mostrats a la imatge 25, corresponents a 10 versions del dígit 8, va haver un percentatge d'encert del 80%, sent les versions 6 i 8 del dígit (marcades amb una estrella) els casos erronis. En aquest casos erronis l'script va assimilar els dígits amb el 9, i el 8 ocupava posicions molt llunyanes.

## 3.2.2.10. Comprovacions amb el dígit 9.



Imatge 26. Les 10 imatges externes del dígit 9

Pels elements mostrats a la imatge 26, corresponents a 10 versions del dígit 9, va haver un percentatge d'encert del 70%, sent les versions 5, 6 i 9 del dígit (marcades amb una estrella) els casos erronis.

### 3.2.3. Explicació de l'script utilitzat pel reconeixement de dígit

% Rutina que tracta una imatge i fa el reconeixement del dígit.

```
clear all; % Inicialitzem totes les variables
load digit.mat X T; % Carreguem en memòria la base de patrons i la de test
[d,m,c]=size(X); % Guardem les mides de la base de patrons
S=zeros(d,d); % Netegem la matriu un guardarem els valor de covariància
for y=1:c % Recorrem la base de patrons
    mu(:,y)=mean(X(:,y),2); % Calcular la mitjana per cada dígit (mi d'equació [3])
    S=S+cov(X(:,y))/c; % Calcular la matriu de covariància (S d'equació [3])
end
h=inv(S)*mu; % Matriu auxiliar per al càlcul de classe posterior
% Preguntar per la imatge a tractar
Numinp=input('Número a validar: ');
ver=input('Versió a validar: ');

% Preparar el nom de l'arxiu
filenam1=char(string(Numinp));filenam2=char(string(ver));filenam3=char(string('.png'));
filenam4=char(strcat(filenam1,filenam2,filenam3));
filenam5=char(string('images-'));
dirfile=char(strcat(filenam5,filenam1));
fullFileName = fullfile(dirfile,filenam4);
```

% Llegir l'arxiu i col·locar-lo en una matriu

A=imread(fullFileName);

% Mostrar la imatge llegida

imshow(A);



Imatge 27. La imatge del 3 que es vol validar

% Ajustar imatge a 1024x1024 i convertir-la en binària

```
A1=imresize(A,[1024,1024]);
Agray=rgb2gray(A1);
Abin=Agray>128;
Abininv=not(Abin);
imshow(Abininv);
```



Imatge 28. La imatge del 3 binària i invertida

% Dilatar la imatge per evitar pèrdua de píxels en l'ajust a 16x16

```
SE=strel('square',10);
Adilate=Abininv;
for dil=1:2
    Adilate=imdilate(Adilate,SE);
end
imshow(Adilate);
```



Imatge 29. La imatge del 3 dilatada

**% Enquadrar la imatge**

```
Adilate=Enquadra(Adilate);
imshow(Adilate);
```



Imatge 30. La imatge del 3 enquadrada

**% Ajustar la imatge a 16x16**

```
Adilate=imresize(Adilate,[16,16]);
TE=strel('square',2);
```



Imatge 31. La imatge del 3 passada a 16x16

**% Tornar a dilatar la imatge per ressaltar píxels després de l'ajust a 16x16**

```
Adilate=imdilate(Adilate,TE);
imshow(Adilate);
```



Imatge 32. La imatge del 3 tornada a dilatar

**% Convertir imatge a format patrons en què els valor oscil·len en el rang [-1,1]**

```
Adilate=Adilate.*255;
Areal=double(Adilate);
Areal2=Areal.*2;
Areal3=Areal2./255;
Areal4=Areal3-1;
Areal5=Areal4.';
```

**% Passar imatge a Vector**

```
E=Areal5(:); % xT de l'equació [3]
```

**% Creació de la taula amb el valor del terme de classe posterior (Equació [3])**

```
p(:,1)=h'*E(:,1)-repmat(sum(mu.*h)',[1,m])/2;
```

**% Matriu "q" en què guardarem els resultats del terme de decisió de la classe a posteriori****% per després ordenar-los de major a menor en la matriu "qsort"**

```
q=zeros(c);
for y=1:c
    yleer=y;
    if y==10
        yleer=0;
    end
    q(y,1)=yleer;
    q(y,2)=p(y,1,1);
end
```

|   |            |
|---|------------|
| 1 | 1.2517e+04 |
| 2 | 1.2611e+04 |
| 3 | 1.2678e+04 |
| 4 | 1.2631e+04 |
| 5 | 1.2580e+04 |
| 6 | 1.2541e+04 |
| 7 | 1.2670e+04 |
| 8 | 1.2648e+04 |
| 9 | 1.2625e+04 |
| 0 | 1.2675e+04 |

Valor amb terme de decisió de la classe a posteriori més alt.

Imatge 33. La matriu "q" on es veu el valor del terme de decisió per cada dígit

% Ordenem els resultats per ordre de màxima terme de decisió de la classe a posteriori

```
qsort=sortrows(q,2,'descend');
```

|   |            |                                      |
|---|------------|--------------------------------------|
| 3 | 1.2678e+04 | ← Valor amb terme de decisió més alt |
| 0 | 1.2675e+04 |                                      |
| 7 | 1.2670e+04 |                                      |
| 8 | 1.2648e+04 |                                      |
| 4 | 1.2631e+04 |                                      |
| 9 | 1.2625e+04 |                                      |
| 2 | 1.2611e+04 |                                      |
| 5 | 1.2580e+04 |                                      |
| 6 | 1.2541e+04 |                                      |
| 1 | 1.2517e+04 |                                      |

Imatge 34. La matriu “qsort” amb els valors del terme de decisió de la classe a posteriori ordenats de major a menor

% Mostrar resultats

```
Numero=qsort(1,1);
```

```
lit0=char('Imatge és: ');lit1=char(string(Numinp));lit1v=char(' v:');lit2=char(string(ver));
```

```
lit3=char(string(' 1ª: '));lit4=char(string(Numero));
```

```
lit5=char(string(' 2ª: '));lit6=char(string(qsort(2,1)));
```

```
lit7=char(string(' 3ª: '));lit8=char(string(qsort(3,1)));
```

```
lit9=char(string(' 4ª: '));lit10=char(string(qsort(4,1)));
```

```
lit11=char(string(' 5ª: '));lit12=char(string(qsort(5,1)));
```

```
lit13=char(string(' 6ª: '));lit14=char(string(qsort(6,1)));
```

```
lit15=char(string(' 7ª: '));lit16=char(string(qsort(7,1)));
```

```
lit17=char(string(' 8ª: '));lit18=char(string(qsort(8,1)));
```

```
lit19=char(string(' 9ª: '));lit20=char(string(qsort(9,1)));
```

```
lit21=char(string(' 10ª: '));lit22=char(string(qsort(10,1)));
```

```
litn=char('\n');
```

```
lit=char(strcat(lit0,lit1,lit1v,lit2,lit3,lit4,lit5,lit6,lit7,lit8,lit9,lit10,lit11,lit12,lit13,lit14,lit15,lit16,lit17,lit18,lit19,lit20,lit21,lit22,litn));
```

```
fprintf(lit);
```

```
1ª:3 2ª:0 3ª:7 4ª:8 5ª:4 6ª:9 7ª:2 8ª:5 9ª:6 10ª:1
```

Imatge 35. Resultats ordenats pel valor del terme de decisió

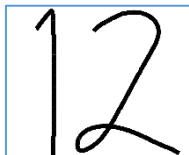


### 3.2.4. Assaig amb imatges amb més d'un dígit

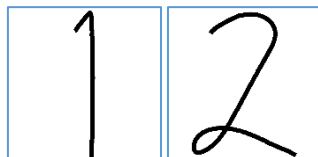
Per a complementar el treball es va fer un assaig amb imatges amb dos dígit no enllaçats entre ells. El procés simplement va consistir en dividir prèviament la imatge en tantes imatges individuals com dígit contingués. Un cop feta la separació el procés a utilitzar era el mateix que en el tractament d'imatges individuals.

Podem veure a continuació dos exemples.

En l'exemple primer separem 2 dígit.

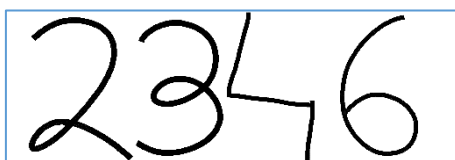


Imatge 36. El número 12 abans de fer la separació.

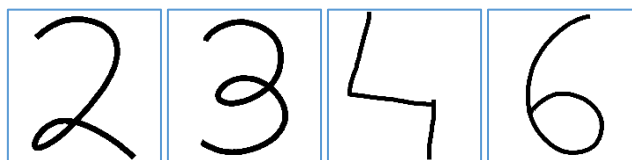


Imatge 37. Els 2 dígit del número 12 després de fer la separació.

En l'exemple segon separem 4 dígit.



Imatge 38. El número 2346 abans de fer la separació.



Imatge 39. Els 4 dígit del número 2346 després de fer la separació.

L'script utilitzat per separar els dígit es troba en l'Annex 8 – Script de separació de dígit.

A continuació es detallen les sentències de l'script de separació.

```

% Rutina per tractar una imatge i separar-ne els dígit.
Clear all;
% Preguntar per la imatge a separar.
Numinp=input('Número a separar: ');
ver=input('Versió a separar: ');
% Preparar el nom de l'arxiu i llegir-lo
filenam1=char(string(Numinp));filenam2=char(string(ver));filenam3=char(string('.png'));
filenam4=char(strcat(filenam1,filenam2,filenam3));
filenam5=char(string('images-'));
dirfile=char(strcat(filenam5,filenam1));
fullFileName = fullfile(dirfile,filenam4);
A=imread(fullFileName);
% Passar a escala de grisos i binaritzar la imatge;
Agray=rgb2gray(A);
Abin=Agray>128;
[altoimagen,amplada]=size(Abin);      %Capturem les mides de la imatge original
numdigits=0;                          % Comptador amb numero de imatges trobades
colini=zeros(10);                     % Guardarem aquí la posició inicial de cada dígit trobat
colfin=zeros(10);                     % Guardarem aquí la posició final de cada dígit trobat
imatgetrobada=0;
% Recorregut per analitzar totes les columnes
for amp=1:amplada
    if Abin(:,amp)==1                  % Si trobem una fila buida
        if imatgetrobada==1          % i estem recorrent un dígit,
            imatgetrobada=0;          % netegem indicador de dígit trobat
            colfin(numdigits)=amp-1;  % i guardem la posició anterior com a final d'un dígit
        end
    else                               % Si trobem una fila no buida
        if imatgetrobada==0          % Si a la posició anterior no havia imatge
            imatgetrobada=1;          % Activem indicador de dígit trobat
            numdigits=numdigits+1;    % incrementem comptador de dígit trobat
            colini(numdigits)=amp;    % i guardem la posició com a inici d'un dígit
        end
    end
end
end
% Recorregut per retallar els dígit i gravar-los en arxius separats
for dig=1:numdigits
    final=colfin(dig)-colini(dig)+1;  % Calculem amplada dígit
    digito=imcrop(Abin,[colini(dig),1,final,altoimagen]); % Tallem dígit
    [altodigito,ampladadigito]=size(digito);
    % Traslladar el dígit a matriu quadrada si la forma no ho és
    if altodigito>ampladadigito
        digito2=ones(altodigito,altodigito);
        diferencia=round((altodigito-ampladadigito)/2);
        amplada2=ampladadigito+diferencia-1;
        indice=1;
        for despl=diferencia:amplada2
            digito2(:,despl)=digito(:,indice);

```

```
        indice=indice+1;
    end
else
    digito2=digito;
end
% Conversió de imatge binària a RGB
grayImage = 255 * uint8(digito2);
RGB = cat(3, grayImage, grayImage, grayImage);
% Codi per preparar el nombre de l'arxiu i
% gravar-lo per a posterior processament amb rutina de classificació
filenam1=char(string(Numinp));filenam2=char(string(ver));filenam3=char(string('.png'));
filenam4=char(strcat(filenam1,filenam2,filenam3));
filenam5=char(string('images-'));
dirfile=char(strcat(filenam5,filenam1,filenam1));
mkdir(dirfile);
fullFileName = fullfile(dirfile,filenam4);
imwrite(RGB,fullFileName);
end
```

## 4. ANÀLISI DE L'IMPACTE AMBIENTAL

La utilització de tècniques de reconeixement produeix un estalvi en el consum de paper quan l'apliquem a situacions en què tradicionalment s'emprava el paper com a eina d'identificació. La identificació directa amb us de dispositius mòbils o càmeres evita el registre a formularis en paper.

No es considera cap impacte ambiental derivat del mal funcionament de les rutines de reconeixement, considerant que si bé els errors en la classificació poden provocar temps d'espera i tenir conseqüències econòmiques negatives, no es detecten possibles impactes sobre l'entorn natural.

## 5. PRESSUPOST I/O ANÀLISI ECONÒMICA

El pressupost del projecte està desglossat en tres blocs:

1. Serveis professionals: Contempla el cost de totes les activitats realitzades en les fases d'anàlisi i implementació del projecte. Aquestes es divideixen en tres categories per tal d'assignar el recurs idoni i optimitzar el cost del projecte:
  - Consultoria i anàlisi, realitzades per personal amb alta qualificació funcional. Per aquesta activitat s'assigna un perfil Consultor funcional.
  - Implementació, realitzades per personal amb qualificació tècnica. Serà realitzar per un Programador o Desenvolupador
  - Proves: que poden ser realitzades per personal amb qualificació mitja. S'assigna un perfil "Tester" per aquesta activitat.
2. Programari: Contempla el cost dels elements de programari necessaris per a desenvolupar les següents tasques:
  - Part teòrica: recerca, documentació, espai compartit: Suite office 365.
  - Part pràctica: Programari Matlab
  - Proves: Programari Matlab
3. Maquinari: Contempla el cost dels elements de maquinari necessaris per a desenvolupar les tasques del projecte.

En la taula 5 es mostra el pressupost desglossat en els tres blocs principals detallant l'esforç per perfil professional i per cadascuna de les parts de maquinari i programari necessàries.

Taula 5. Pressupost detallat del projecte en Euros

| Pressupost del projecte en Euros |                                 |         |                |           |                                     |
|----------------------------------|---------------------------------|---------|----------------|-----------|-------------------------------------|
| Serveis professionals            |                                 |         |                |           |                                     |
| Perfil                           | Activitat                       | Hores   | Cost/hora      | Cost      | Comentaris                          |
| Consultor funcional              | Consultoria i anàlisi funcional | 228     | 35             | 7.980,00  | Tarifa d'empresa del sector TIC     |
| Desenvolupador                   | Implementació d'scripts Matlab  | 266     | 25             | 6.650,00  | Tarifa d'empresa del sector TIC     |
| Tester                           | Proves amb imatges              | 124     | 20             | 2.480,00  | Tarifa d'empresa del sector TIC     |
| Total Serveis professionals      |                                 |         |                | 17.110,00 |                                     |
| Programari                       |                                 |         |                |           |                                     |
| Programa                         | Activitat                       | Unitats | Preu Llicència | Cost      | Comentaris                          |
| Office 365                       | Documentació i espai comú       | 3       | 12,9           | 38,70     | Preu llicència professional mensual |
| Matlab                           | Desenvolupament i proves        | 2       | 8              | 16,00     | Preu llicència professional anual   |
| Image Acquisition Tool           | Adquisició d'imatges            | 1       | 4              | 4,00      | Preu llicència professional anual   |
| Total Programari                 |                                 |         |                | 58,70     |                                     |
| Maquinari                        |                                 |         |                |           |                                     |
| Dispositiu                       | Activitat                       | Unitats | Preu*          | Cost      | Comentaris                          |
| Ordinador portàtil               | Documentació, anàlisi i proves  | 1       | 125            | 125,00    | Surface amb programari bàsic        |
| Telefón mòbil                    | Adquisició d'imatges            | 1       | 58             | 58,00     | Model Samsung S8                    |
| Total Maquinari                  |                                 |         |                | 2.198,00  |                                     |
| Total Projecte                   |                                 |         |                | 17.351,70 |                                     |

\* Cost del maquinari per un període de 4 mesos considerant una amortització de 4 anys

## 6. Conclusions

La primera i principal conclusió és que en el treball s'han assolit els objectius que s'havien definit a l'inici del mateix. L'abast del treball incloïa la identificació de dígit numèric de forma individualitzada i aquest objectiu s'ha assolit amb resultats positius que oscil·laven entre el 80 i el 90%.

La segona conclusió del treball és que per aplicar aquesta mena de mètodes de reconeixement cal adequar les imatges a les mides i condicions dels patrons amb els quals les volem comparar. És a dir, que no podem simplement contrastar una imatge amb una base de patrons sinó que cal prèviament fer una sèrie d'accions entre les que destaquem les següents:

- Ajustar la mida externa (número de files i columnes)
- Preservar els paràmetres de la imatge que siguin claus per al procés d'identificació que volem dur a terme (En reconeixement de text escrit seria el contorn i gruix de la línia).
- Convertir la imatge a format binari per eliminar el soroll de la imatge.

Per tant, és molt important comptar amb eines potents de gestió d'imatges per poder fer tots els passos previs de preparació de forma prou ràpida perquè puguem processar i identificar imatges en temps quasi real.

La tercera conclusió és que aquests mètodes poden ser duts a la indústria per detectar oportunitats d'aplicació pràctica que obrin les portes al desenvolupament de projectes complexos. Els camps d'aplicació de mètodes avançats de reconeixement d'informació poden ser útils per ampliar prestacions en el camp de la seguretat (tant de la informació com la personal) o per aplicar-los en el terreny de la investigació científica per contrastar patrons d'informació mèdica o biomèdica.

La quarta conclusió del treball és que *Matlab* és una eina molt potent per a la gestió de grans quantitats d'informació. Una dada significativa és que l'script processat de les 200 imatges de prova dura 6.94 segons, que dona una mitjana de 0,0347 segons per imatge. Si comptem que per cada imatge s'utilitzen 60 sentències principals, tenim un temps de  $5,78 \times 10^{-4}$  segons per sentència. Una altra dada interessant és que una rutina per gravar en una carpeta del sistema 500 imatges en format *png*<sup>2</sup>, després de processar cadascuna d'elles en blocs de 25 sentències, triga tan sols 18 segons.

La darrera conclusió és que com a continuïtat d'aquest projecte seria interessant estudiar l'aplicació de rutines més avançades com "*Cross Validation*", tècnica utilitzada per avaluar els resultats d'una anàlisi estadística que vol garantir que els resultats són independents de la partició entre dades d'entrenament i prova, i que dona resultats un 6% millors que el mètode FDA.

---

<sup>2</sup> Acrònim de *Portable Network Graphics*, format gràfic basat en un algoritme de compressió sense pèrdua per *bitmaps* no subjecte a patents (Font: Viquipèdia)

## 7. Bibliografia

- [1] Prácticas Complementarias al curso de Matemáticas II al tema de las derivadas parciales. Leonardo Acho Zuppa. Abril 2015.
- [2] [https://www.ara.cat/opinio/Messi-gol-foto-Bernabeu-historia\\_0\\_1783621701.html](https://www.ara.cat/opinio/Messi-gol-foto-Bernabeu-historia_0_1783621701.html)
- [3] An Introduction to Statistical Machine Learning. Masashi Sugiyama. Ed. Morgan. Kaufmann. 2016
- [4] Procesamiento de imágenes con *Matlab*. Disponible en:  
<https://es.slideshare.net/lonely113/procesamiento-digital-de-imagenes-con-matlab>
- [5] Optical character recognition. [https://en.wikipedia.org/wiki/Optical\\_character\\_recognition](https://en.wikipedia.org/wiki/Optical_character_recognition)
- [6] Análisis de datos multivariantes. Daniel Peña. 2002
- [7] <http://bigpictures.club/resize.php?img=http://image.slidesharecdn.com/main-120718022005-phpapp01/95/introduction-to-common-spatial-pattern-filters-for-eeg-motor-imagery-classification-10-728.jpg>
- [8] <https://techstore.msu.edu/software/mathworks-matlab-student-license-0>

## 8. Annexos

Annex 1 – Script Laplacà

Annex 2 – Script Diferenciador

Annex 3 – Imatges patró dels dígit

Annex 4 – Imatges de prova dels dígit

Annex 5 – Script verificació 200 imatges

Annex 6 – Imatges no classificades

Annex 7 – Script d' identificació d'imatges

Annex 8 – Script de separació de dígit



## Annex 1 – Script Laplacià

```
% Inicialitzar variables
clear all;
% Llegir imatge
A1=imread('image3.jpg','jpg');
% Aplicar escala de grisos
A=0.21*A1(:, :, 1)+0.72*A1(:, :, 2)+0.07*A1(:, :, 3);
% Adquirir mida imatge
[r,c,k]=size(A);
% Aplicar rutina a cada píxel. Es calcula un nou valor sumant-li els
% valors dels píxels de les cantonades i restant-li 4 del seu propi valor
for j=2:c-1
    for i=2:r-1
        B(i,j)=A(i-1,j)+A(i,j-1)-4*A(i,j)+A(i,j+1)+A(i+1,j);
    end
end
% Mostrar imatge original i modificada
subplot(1,2,1);imshow(A);
subplot(1,2,2);imshow(B);
% Gravar imatge en arxiu
imwrite(B,'image3a.jpg');
```

## Annex 2 – Script Diferenciador

```
% Inicialitzar variables
clear all;
% Establir llindar de comparació
umbral=25;
% Llegir imatge
A1=imread('image2.jpg','jpg');
% Passem escala de grisos
A=0.21*A1(:, :, 1)+0.72*A1(:, :, 2)+0.07*A1(:, :, 3);
% Adquirir mida imatge
[r,c,k]=size(A);
% Rutina de recorregut en diagonal en ambdós sentits
for j=2:c-1
    for i=2:r-1
        B1(i,j)=A(i,j)-A(i-1,j-1);
        B2(i,j)=A(i-1,j)-A(i,j+1);
    end
end
Bx=B1+B2;
% Comparador de llindar
for j=2:c-1
    for i=2:r-1
        if Bx(i,j)>umbral;
            B(i,j)=0;
        else
            B(i,j)=255;
        end
    end
end
% Mostrar imatge original i modificada
subplot(2,4,1);imshow(A);
subplot(2,4,2);imshow(B);
% Gravar imatge en arxiu
imwrite (B,'image2b.jpg');
```

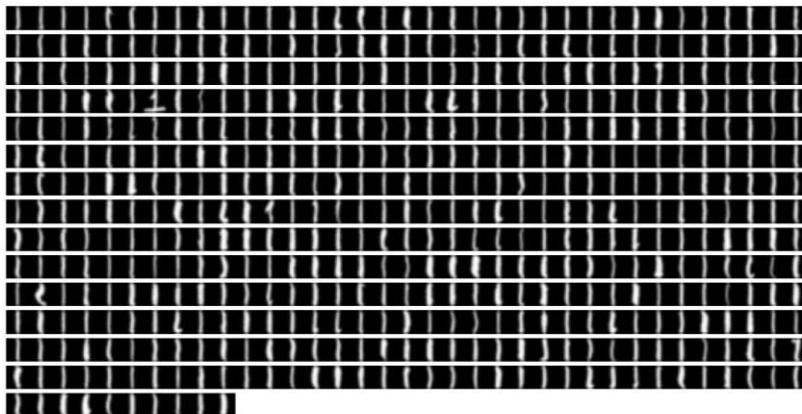
## Annex 3 – Imatges patró dels dígit

A continuació es mostren els 500 dígit utilitzats com a patrons.

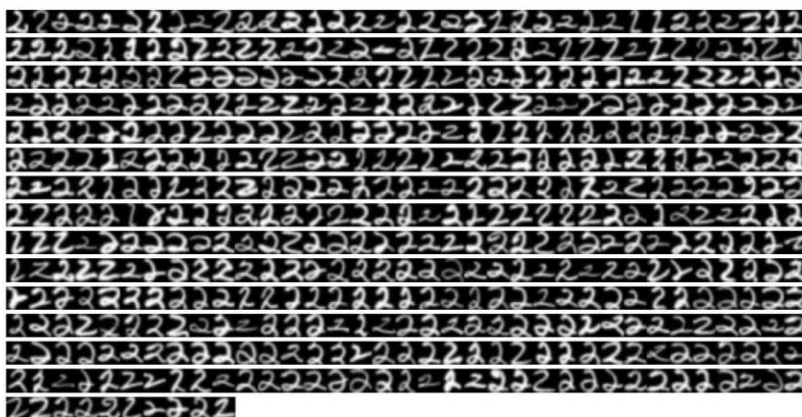
Dígits 0



Dígits 1



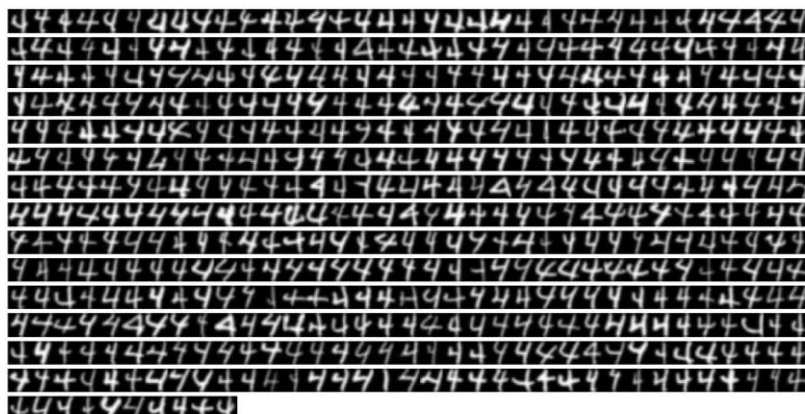
Dígits 2



Dígits 3



Dígits 4



Dígits 5



Dígits 6



Dígits 7



Dígits 8



Dígits 9

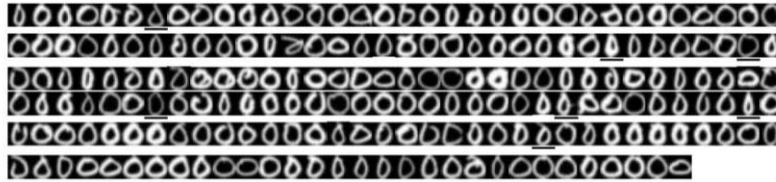


## Annex 4 – Imatges de prova dels dígit

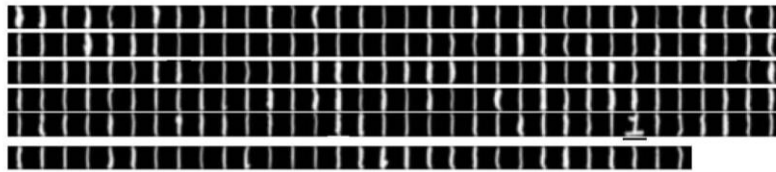
A continuació es mostren els 200 dígit utilitzats com a prova.

Es subratllen aquells que no han estat classificats correctament per l'script.

Dígits 0



Dígits 1



Dígits 2



Dígits 3



Dígits 4







## Annex 5 – Script verificació 200 imatges

% Rutina que valida totes les imatges extretes de la base d'imatges "Digit.mat"

% contra els 500 patrons que hi ha per a cada dígit.

Clear all;

% Carregar en memòria els patrons X i les imatges de test T

load digit.mat X T;

[d,m,c]=size(T);

S=zeros(d,d);

ERR=zeros(c,m);

correctos=0;

totales=0;

correctosn=0;

% Preparar taula de patrons per a la comparació

for y=1:c

    mu(:,y)=mean(X(:,y),2);

    S=S+cov(X(:,y)')/c;

end

% Bucle per validar els 10 dígit

for Numleer=0:9

    correctosn=0;

    inc=1;

    % Bucle per validar les 200 versions de cada dígit

    for v=1:200

        totales=totales+1;

        % Preparar el nom de l'arxiu i llegir-lo

        vstr=string(v);

        filenam1=char(string(Numleer));

        filenam2=pad(vstr,3,'left','0');

        filenam3=char(string('.png'));

        filenam4=char(strcat(filenam1,filenam2,filenam3));

        dirfile=char(string('Timages1-png'));

        fullFileName = fullfile(dirfile,filenam4);

        A=imread(fullFileName);

        % Convertir matriu d'imatge al format dels patrons per poder fer la comparació

        Areal=double(A);

        Areal2=Areal.\*2;

        Areal3=Areal2./255;

        Areal4=Areal3-1;

        Areal5=Areal4.';

        E=Areal5(:);

        h=inv(S)\*mu;

        % Comparació

        p(:,1)=h'\*E(:,1)-repmat(sum(mu.\*h)',[1,m])/2;

```

% Matriu "q" en què guardarem els resultats per a després ordenar-los de major
% a menor en la matriu "qsort"
q=zeros(c);
for y=1:c
    yleer=y;
    if y==10
        yleer=0;
    end
    q(y,1)=yleer;
    q(y,2)=p(y,1,1);
end
qsort=sortrows(q,2,'descend');
Numero=qsort(1,1);
nleer=n;
if n==10
    nleer=0;
end
if Numero == nleer
    correctos=correctos+1;
    correctosn=correctosn+1;
else
    ERR(n,inc)=v;
    inc=inc+1;
end
end
% Mostrar resultats
formatSpec = 'Serie %1.0f. Correctos: %3.0f \n';
fprintf(formatSpec,nleer,correctosn);
end
% Mostrar percentatge d'encerts
porcentaje=correctos*100/totales;
formatSpec = 'Global. Correctos: %3.0f. Porcentaje: %2.2f \n';
fprintf(formatSpec,correctos,porcentaje);

```

## Annex 6 – Imatges no classificades

Dígits 0



Dígits 1



Dígits 2



Dígits 3



Dígits 4



Dígits 5



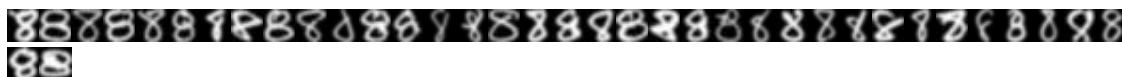
Dígits 6



Dígits 7



Dígits 8



Dígits 9



## Annex 7 – Script d' identificació d'imatges

% Rutina que tracta una imatge i fa el reconeixement del dígit.

```
clear all;
load digit.mat X T;
[d,m,c]=size(T);
S=zeros(d,d);
for y=1:c
    mu(:,y)=mean(X(:,y),2);
    S=S+cov(X(:,y)')/c;
end
% Preguntar imatge a tractar
Numinp=input('Número a validar: ');
ver=input('Versió a validar: ');
% Preparar el nom de l'arxiu
filenam1=char(string(Numinp));filenam2=char(string(ver));filenam3=char(string('.png'));
filenam4=char(strcat(filenam1,filenam2,filenam3));
filenam5=char(string('images-'));
dirfile=char(strcat(filenam5,filenam1));
fullFileName = fullfile(dirfile,filenam4);
A=imread(fullFileName);
subplot(1,8,1); imshow(A);
% Ajustar imatge a 1024x1024 i convertir-la en binària
A1=imresize(A,[1024,1024]);
subplot(1,8,2); imshow(A1);
Agray=rgb2gray(A1);
subplot(1,8,3); imshow(Agray);
Abin=Agray>128;
subplot(1,8,4); imshow(Abin);
Abininv=not(Abin);
subplot(1,8,5);imshow(Abininv);
% Dilatar la imatge per evitar pèrdua de píxels en l'ajust a 16x16
SE=strel('square',10);
Adilate=Abininv;
for dil=1:2
    Adilate=imdilate(Adilate,SE);
end
subplot(1,8,6);imshow(Adilate);
% Enquadrar la imatge
Adilate=Enquadra(Adilate);
subplot(1,8,7);imshow(Adilate);figure(1);
% Ajustar imatge a 16x16
Adilate=imresize(Adilate,[16,16]);
TE=strel('square',2);
% Tornar a dilatar la imatge per ressaltar píxels després de l'ajust a 16x16
Adilate=imdilate(Adilate,TE);
subplot(1,8,8);imshow(Adilate);
```

**% Convertir imatge a format patrons**

```
Adilate=Adilate.*255;
Areal=double(Adilate);
Areal2=Areal.*2;
Areal3=Areal2./255;
Areal4=Areal3-1;
Areal5=Areal4.';
E=Areal5(:);
subplot(1,6,6);
imagesc(reshape(Areal4,[16,16]));
```

**% Comparació**

```
h=inv(S)*mu;
p(:,1)=h'*E(:,1)-repmat(sum(mu.*h)',[1,m])/2;
% Matriu "q" en què guardarem els resultats per després ordenar-los de major
% a menor en la matriu "qsort"
```

```
q=zeros(c);
for y=1:c
    yleer=y;
    if y==10
        yleer=0;
    end
    q(y,1)=yleer;
    q(y,2)=p(y,1,1);
end
```

**% Ordenar els resultats per ordre del terme de decisió de la classe a posteriori**

```
qsort=sortrows(q,2,'descend');
```

**% Mostrar resultats**

```
Numero=qsort(1,1);
lit0=char('Imagen es: ');lit1=char(string(Numinp));lit1v=char(' v:');lit2=char(string(ver));
lit3=char(string(' 1ª: '));lit4=char(string(Numero));
lit5=char(string(' 2ª: '));lit6=char(string(qsort(2,1)));
lit7=char(string(' 3ª: '));lit8=char(string(qsort(3,1)));
lit9=char(string(' 4ª: '));lit10=char(string(qsort(4,1)));
lit11=char(string(' 5ª: '));lit12=char(string(qsort(5,1)));
lit13=char(string(' 6ª: '));lit14=char(string(qsort(6,1)));
lit15=char(string(' 7ª: '));lit16=char(string(qsort(7,1)));
lit17=char(string(' 8ª: '));lit18=char(string(qsort(8,1)));
lit19=char(string(' 9ª: '));lit20=char(string(qsort(9,1)));
lit21=char(string(' 10ª: '));lit22=char(string(qsort(10,1)));
litn=char('\n');
lit=char(strcat(lit0,lit1,lit1v,lit2,lit3,lit4,lit5,lit6,lit7,lit8,lit9,lit10,lit11,lit12,lit13,lit14,lit15,lit16,li
t17,lit18,lit19,lit20,lit21,lit22,litn));
fprintf(lit);
```

### Subrutina Enquadra

% 2018-04-15. Amb aquesta rutina s'ajusta la imatge verticalment

```
function imaenq=Enquadra(imasinenq)
```

```
Aconvert=imasinenq;
```

```
[altoimagen,amplada]=size(Aconvert);
```

% Ajustar imatge per la part superior

todosceroprimer=1; % Indicador per saber si la primera línia està buida o no.

% Fins que l'indicador no sigui 0 no para el bucle

```
while todosceroprimer==1
```

% Si la fila està buida retallem, si no, parem

```
    if Aconvert(1,:)==0
```

```
        altoimagen=altoimagen-1;
```

```
        Aconvert=imcrop(Aconvert,[1,2,amplada,altoimagen]);
```

```
    else
```

```
        todosceroprimer=0;
```

```
    end
```

```
end
```

```
[altoimagen2,amplada2]=size(Aconvert);
```

```
Aconvert2=Aconvert;
```

% Rutina per ajustar imatge per la part inferior

```
todosceroprimer=1;
```

```
while todosceroprimer==1
```

```
    if Aconvert2(altoimagen2,:)==0
```

```
        altoimagen2=altoimagen2-1;
```

```
        Aconvert2=imcrop(Aconvert2,[1,1,amplada2,altoimagen2]);
```

```
    else
```

```
        todosceroprimer=0;
```

```
    end
```

```
end
```

% Imatge que retorna la funció

```
imaenq=Aconvert2;
```

```
end
```

## Annex 8 – Script de separació de dígit

% Rutina per tractar una imatge i separar-ne els dígit.

```
clear all;
Numinp=input('Número a validar: ');
ver=input('Versió a validar: ');
% Preparar el nom de l'arxiu i llegir-lo
filenam1=char(string(Numinp));filenam2=char(string(ver));filenam3=char(string('.png'));
filenam4=char(strcat(filenam1,filenam2,filenam3));
filenam5=char(string('images-'));
dirfile=char(strcat(filenam5,filenam1));
fullFileName = fullfile(dirfile,filenam4);
A=imread(fullfile(fullFileName));
% Passar a escala de grisos i binaritzar la imatge;
Agray=rgb2gray(A);
Abin=Agray>128;
[altoimagen,amplada]=size(Abin); %Capturem les mides de la imatge original
numdigits=0; % En aquest comptador tindrem el valor de numero d'imatges trobades
colini=zeros(10); %Guardarem aquí la posició inicial de cada dígit trobat
colfin=zeros(10); %Guardarem aquí la posició final de cada dígit trobat
imatgetrobada=0;

% Recorregut per analitzar totes les columnes
for amp=1:amplada
    if Abin(:,amp)==1 %Si trobem una fila buida
        if imatgetrobada==1 % i estem recorrent un dígit,
            imatgetrobada=0; % netegem indicador de dígit trobat
            colfin(numdigits)=amp-1; % i guardem la posició anterior com a final d'un dígit
        end
    else % Si trobem una fila no buida
        if imatgetrobada==0 % Si a la posició anterior no havia imatge
            imatgetrobada=1; % Activem indicador de dígit trobat
            numdigits=numdigits+1; % incrementem comptador de dígit trobat
            colini(numdigits)=amp; % i guardem la posició com a inici d'un dígit
        end
    end
end
end

% Recorregut per retallar els dígit i gravar-los en arxius separats
for dig=1:numdigits
    final=colfin(dig)-colini(dig)+1;
    digito=imcrop(Abin,[colini(dig),1,final,altoimagen]);
    [altodigito,ampladadigito]=size(digito);
    if altodigito>ampladadigito
        digito2=ones(altodigito,altodigito);
        diferencia=round((altodigito-ampladadigito)/2);
        amplada2=ampladadigito+diferencia-1;
        indice=1;
        for despl=diferencia:amplada2
            digito2(:,despl)=digito(:,indice);
            indice=indice+1;
        end
    end
end
```

```
else
    digito2=digito;
end
% Conversió d'imatge binària a RGB
grayImage = 255 * uint8(digito2);
RGB = cat(3, grayImage, grayImage, grayImage);

% Codi per preparar el nombre de l'arxiu i gravar-lo
filenam1=char(string(Numinp));
filenam2=char(string(dig));
filenam3=char(string('.png'));
filenam4=char(strcat(filenam1,filenam2,filenam3));
filenam5=char(string('images-'));
dirfile=char(strcat(filenam5,filenam1));
fullFileName = fullfile(dirfile,filenam4);
imwrite(RGB,fullFileName);
end
```